

**Karlsruhe  
University**

o. Prof. Dr. - Ing. E. Schnack  
Inst. for Solid Mechanics  
University of Karlsruhe  
P.O. Box 6380  
D-7500 Karlsruhe 1

Prof. em. Dr. Dr.h.c. mult. J. Argyris  
Inst. for Computer Applications  
Pfaffenwaldring 27  
D-7000 Stuttgart 80

o. Prof. Dr. rer. nat. K. Herrmann  
Lab. for Technical Mechanics  
Pohlweg 47 - 49  
D-4790 Paderborn

**Composite Research in Solid Mechanics  
December, 5 and 6, 1991**

Place of conference:

University of Stuttgart, ICA  
(Inst. for Computer Applications)

## EXPERIMENTAL EVALUATION AND FEM MODELLING OF THE INTER-PHASE IN CFRP

H. Albertsen, P.W.M. Peters

Deutsche Forschungsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V.  
Institut für Werkstoff-Forschung, Linder Höhe, 5000 Köln 90

### ABSTRACT

In the scheme of a EURAM programme the influence of surface treatment of carbon fibres on the mechanical properties of CFRP was investigated. The intermediate modulus carbon fibre CG 43-750 was embedded in the modified epoxy system HG 9106. This matrix system is a blend of di- tri- and tetrafunctional epoxies with 3.3 DDS hardener. To improve ductility the system is modified with the thermoplastic polyethersulphone. The last step of the fibre production is a wet oxidative surface treatment to improve wetting and bond strength between fibre and matrix. The fibre in the present investigation have been surface treated to different levels; designated as STL = 0%, 10%, 50%, 100%. 0% being untreated and 100% the fully commercial treatment.

Different tests have been applied to investigate the influence of the surface treatment on mechanical properties of the composite. The bond strength between the fibre and the matrix is improved by the surface treatment. This is shown by a new technique based on the Weibull distribution of transverse cracking in the  $90_4$  ply of a  $[0/90_4/0]$  laminate. Initial interlaminar fracture toughness determined under Mode I, Mode II and mixed mode loading conditions is improved as well. Tests which specifically assess the properties of the matrix or the interphase proves that not only strength has been influenced. Water absorption increases and the shear modulus  $G_{12}$  of unidirectional laminates decreases with increasing STL indicating a denser molecular network in the interphase. The shear modulus was measured with the aid of unidirectional  $10^\circ$  off-axis specimens and 3 and 4 point bending tests at different spans.

The mechanical tests indicated a decreased stiffness of the interphase region and an increased bond strength with increasing STL. SEM investigations of fracture surfaces showed that the failure locus moved away from the fibre surface into the matrix with increasing STL. A 2D finite element model of a section perpendicular to the fibres allows different fibre configurations including an interphase region to be analysed. The preliminary FEM results indicate a region of high strain magnification in the interphase when it has a stiffness which is less than the stiffness of the bulk matrix. Further work is presently being performed to correlate the properties of the constituents (fibre-interphase-matrix) with the overall mechanical properties which has been measured on the composite.

## Zur Analyse unsymmetrischer Laminat-Platten mittels komplexer Potentiale

Wilfried Becker  
Dornier GmbH, Abteilung TMBF  
W-7990 Friedrichshafen

Innerhalb der klassischen Laminattheorie zerfällt die Analyse eines unsymmetrischen Laminats im allgemeinen nicht in die eines reinen Scheiben- und eines reinen Plattenproblems, sondern Dehnung und Biegung sind durch den Lagenaufbau gekoppelt. Dies findet seinen Niederschlag im Auftreten von entsprechenden Kopplungssteifigkeiten  $B_{ij}$  in der Laminatsteifigkeitsmatrix. Sowohl zur Lösung reiner Scheiben- als auch reiner Platten-Randwertprobleme haben sich komplexe Behandlungen als sehr vorteilhaft erwiesen, wobei die Verschiebungs- und Schnittkraftgrößen auf je zwei komplexe Potentiale zurückgeführt werden. Eine direkte Verallgemeinerung dieser komplexen Methoden auf den Fall von Laminat-Platten mit Biege-Dehn-Kopplung ist durch Einführung von insgesamt vier komplexen Potentialen möglich und erweist sich als recht zweckmäßig. Insbesondere lassen sich damit interessante Kopplungseffekte in der Umgebung von Laminatrissen und Laminatlöchern erschließen.

## ON THE POROSITY DEPENDENCE OF THE POISSON'S RATIO

Aldo R. Boccaccini - Gerhard Ondracek

Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule  
Institut für Gesteinshüttenkunde  
-Glas, Bio- und Verbundwerkstoffe-

Mauerstr. 5 - D 5100 Aachen

Although the elastic behavior of porous materials has been treated extensively by experiments as well as theory, there is not much work dealing directly with the porosity dependence of Poisson's ratio in those materials.

In several considerations the alteration of Poisson's ratio with porosity is concluded to be negligibly small. However self-consistent theory and finite element approaches taking into account this conclusion do not agree sufficiently with experimental data.

In the present study a model-microstructure has been developed, which permits the description of real microstructures of two-phase materials like composites and porous materials by three microstructural parameters: the volume fraction, the shape and the orientation of the second phase.

Since these parameters may be determined from sections through real materials, the model fits with the needs which govern engineering materials science.

Emphasizing the porosity dependence of Poisson's ratio of ceramic materials, it is also demonstrated for field properties as well as for mechanical ones of those materials that the model predicts porosity effects fairly well.

Deviations between theory and experimental data as well as limitations of the model predictions are discussed.

About load- displacement records of brittle disordered materials  
and effective energy densities

Friedrich E. Buresch  
Institut for Computer Application  
University of Stuttgart

Abstract

As with all technological materials damage arises in brittle disordered materials if the external stress reaches some critical values. This process has in the mentioned specific class of materials the disadvantage that their volume increases with increasing elastic damage, that is microcrack porosity. Therefore, the onset of damage on the load- displacement record is characterized by the elastic limit  $P_E$  as the Young's modulus of damaged volume elements decreases with increasing porosity. This reflects the statistical distribution of volume elements with specific strain energy densities due to microstructural heterogeneities.

With increasing stress the local strain energy density of some damaged volume elements reaches critical values and microcracks coalesce with or to a macrocrack especially in regions of high stress concentration at a specific load  $P_0$ . Due to stress redistribution processes during subsequent coagulations of microcracks and the corresponding stepwise macrocrack growth at critical values of the local strain energy density a residual stress field is build up in the damaged region. The maximum load  $P_{max}$  identifies the material specific maximum of the residual strain energy density and the global elastic instability, which governs the degradation of the material during the softening branch of the load- displacement record where the stress state is probably plane stress. The total residual strain energy of the damaged region characterises the area under the load- displacement record.

The above mentioned statements will be explained theoretically using continuum mechanics and physical arguments as well as experimentally. The influence of some characteristic microstructural parameters such as the grain size or fibre density and also of some loading variables such as the time will be discussed. Some characteristic parameters of the load- displacement record and of the specific strain energy density will be related to the true crack resistance curve including the residual strain energy release rate. This will be discussed in this paper with respect to the mechanical reliability of this class of materials.

# A DAMAGE MECHANICS TOOL FOR LAMINATE DELAMINATION PREDICTION

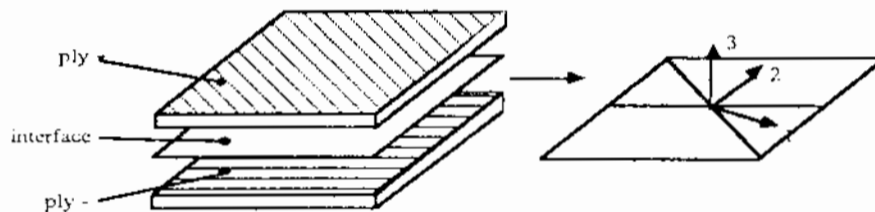
L. DAUDEVILLE, P.LADEVEZE

Laboratoire de Mécanique et Technologie / E.N.S.Cachan / C.N.R.S. / Université Paris 6  
61, Av du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex, FRANCE

A new numerical method based upon Damage Mechanics, i-e the modelling, at a structural analysis scale of the progressive degradation phenomena, to study delamination of laminates such as T300-914 carbon-epoxy laminates is proposed. The Finite Element program E.D.A. ( Edge Damage Analysis ) has been developed to predict delamination at a low numerical cost. Following a "shell" computation, delamination analysis is carried out in the vicinity of the edge. The possible onsets of delamination and their propagation can be predicted and located in a single model.

The main assumptions of this method are : (i) Delamination is the main mode of degradation, thus only the connection between the layers can damage ; (ii) The edge is weakly curved, therefore the initial three dimensional problem becomes a two dimensional problem set into a band perpendicular to the edge.

The laminate is modelled at the meso-scale, i-e at the scale of the elementary components, the single layer and the interface connecting two adjacent layers.



The interface is a two dimensional entity which ensures displacement and traction transfers from one layer to another. Its behaviour is supposed to be elastic with damage. A delamination analysis of a double cantilever beam under the first mode of opening with an established front of delamination allows a link between Damage and Fracture Mechanics to be made.

The problem to be solved is non linear and time dependant. Critical points may occur, as such a Riks algorithm is used to detect them and to continue on the computation further with a good convergence. For large numbers of layers, the numerical treatment for fixed delaminated areas - the problem being purely elastic - is based upon the conjugate gradient method. Therefore the computation reduces to parallel and separated computations on the layers.

Numerical simulations of onsets of delamination in carbon-epoxy specimen have been carried out and compared with experimental results. They allow characteristic values of the modelling to be identified.

Ministère de l'Education Nationale  
Conservatoire National des Arts et Métiers  
INSTITUT AEROTECHNIQUE DE SAINT-CYR  
(Fondation H. DEUTSCH de la MEURTHER)  
15, rue MARAT  
78210 SAINT-CYR-L'ECOLE

Tel : 30 45 00 09  
Fax : 30 58 02 77  
Telex : 698349 F

03-Jui-91

Réf : IAT/CM

On the use of a general energy release rate in the damage mechanism of composite structures.

Philippe DESTUYNDER, Prof. Dr. Ing.  
Institute for Aerospace Engineering  
15, rue Marat  
78210 - ST-CYR-L'ECOLE

#### **ABSTRACT**

Energy release rate represents the amount of stored energy that a structure is able to spend in the evolution of a damage mechanism. Practically it is a derivative with respect to a geometrical parameter, for instance the length of crack in an adhesive bond between two structures, or the delaminated area in a multilayered plate. An important point is that there exists a general mathematical formula which is very convenient from both theoretical and numerical point of view. It will be shown in this talk how to use it on two examples occurring in composites. The first one concerns bolted joints and the second one deals with delamination of a composite multilayered plate.

# Über die Entstehung und das Ausbreitungsverhalten von Wärmespannungsrissen in Zweiphasenverbunden

K. P. Herrmann und M. Dong

Laboratorium für Technische Mechanik  
Universität Paderborn  
Pohlweg 47-49, D-4790 Paderborn

## Zusammenfassung

Die Entstehung und Ausbreitung von Wärmespannungsrissen in eigengespannten Zweikomponentenmaterialien, die wohldefinierten Temperaturverteilungen unterworfen sind, wurde untersucht. Dabei konnten die stationären thermoelastischen Randwertprobleme mit Hilfe der FE-Methode numerisch gelöst werden. Mit Hilfe geeigneter Rißausbreitungskriterien wurden die Verläufe von geraden Rissen in den Grenzflächen bzw. die Verläufe von gekrümmten Rissen in einem der beiden Segmente numerisch berechnet, wobei scheibenförmige, zylinderförmige und kugelförmige Zweikomponentenproben unter homogener bzw. inhomogener Temperaturbelastung betrachtet worden sind. Dabei konnten eine Reihe von bemerkenswerten Wechselwirkungseffekten zwischen dem materialabhängigen Rißausbreitungsverhalten und der thermischen Belastungsart aufgedeckt werden.



WG Composite Research in Solid Mechanics--Dec. 5th and 6th 1991.

A contribution by R.D.Donoghue.

Fracture Behaviour of GM-PET Thermoplastic.

**ABSTRACT**

The material-specific and geometry-dependent fracture behaviour of GM-PET was investigated applying ASTM E-1152 and ASTM E-1290 analytical procedures. J-Integral and CTOD resistance curves of partly crystallised, glass fibre filled and pure PET were determined by using notched 3-point bend specimens. Load, load-point-displacement and crack-mouth-opening were simultaneously recorded using an A/D converter with a transient recorder and an X-Y plotter.

The resulting J-R and CTOD-R curves, together with SEM fractography, suggest that:

- a) GM-PET's resistance to fracture increases with at least 1mm effective crack growth.
- b) the stress intensity factor calculated from the maximum fracture load, K-max, greatly underestimates the material toughness at this load.
- c) the fracture behaviour of long fibre and of short fibre reinforced PET are not only quantitatively different but their fracture-process zones have qualitatively different microstructures.
- d) effective crack growth includes the propagation and growth of a process zone characterised by fibre breakage, fibre pull-out and a highly deformed matrix.

“Berechnung interlaminarer Spannungen mit Hilfe einer technischen  
Balkentheorie “

G. Ehrhardt

TH Darmstadt, Institut für Mechanik IV  
Hochschulstraße 1, D-6100 Darmstadt

● Ausgehend vom Timoshenko-Balken wird eine Theorie entwickelt, mit deren Hilfe interlaminare Spannungen in Balkenverbundsystemen berechnet werden können. Sie ermöglicht es, ein System von beliebig vielen übereinander geschichteten homogenen, schubelastischen Balken zu untersuchen. Für verschiedene Lagerungs- und Lastfälle werden die interlaminaren Spannungen berechnet und das Abklingverhalten der Randstörung diskutiert.

●

**Strukturanalyse und experimentelle Untersuchungen zur  
optimalen Auslegung von Composite-Leichtwalzen**

H. Eschenauer, K. Bellendir

Forschungslaboratorium für Angewandte Strukturoptimierung  
Universität - GH Siegen, Institut für Mechanik und Regelungstechnik  
Paul - Bonatz - Str. 9-11, D-5900 Siegen

Für die Auslegung anisotroper Flächentragwerke bieten bei genau definierten Schalenstrukturen (z. B. Zylinderschalen) analytische Methoden der Strukturmechanik im Vergleich zu numerischen Verfahren deshalb Vorteile, weil die Sensitivitäten analytisch berechnet werden können und damit bei der Anwendung mathematischer Optimierungsalgorithmen die Rechenzeiten entscheidend verkürzt werden. Ausgehend von der Biegetheorie der anisotropen Kreiszylinderschale wird ein Berechnungsverfahren vorgestellt, das sowohl einen beliebigen Verbundaufbau als auch nichtrotationssymmetrische Lasten berücksichtigt. Der Einfluß unterschiedlicher Composite-Parameter auf das Strukturverhalten von Leichtwalzen wird diskutiert, der Schichtaufbau optimal ausgelegt und schließlich ein Vergleich mit experimentellen Untersuchungen durchgeführt.

## ABSTRACT

### KAUSTIKEN UND ISOCHROMATEN AN DER SPITZE VON GRENZFLÄCHENRISSEN

Dr.-Ing. Ferdinand Ferber

Universität-GH-Paderborn, Laboratorium für Technische Mechanik

Pohlweg 47-49, D-4790 Paderborn

Im Vergleich zu anderen experimentellen Methoden der Spannungsanalyse, die sich auf Effekte gründen, die direkt proportional zu dem in einem Bauteil oder einer Probe herrschenden Spannungs- bzw. Verzerrungszustand sind, basiert die schattenoptische Methode auf der Existenz von Spannungsgradienten bei speziellen Geometrie- und Lastbedingungen. Daher ist die Kaustikenmethode besonders geeignet für die experimentelle Bestimmung von Spannungsintensitätsfaktoren in der Umgebung von Rißspitzen, jedoch auch für alle anderen Spannungskonzentrationsprobleme in der Nähe von Bohrungen und Löchern sowie auch für Kontaktprobleme.

Die digitale Bildanalyse ist zu einem wichtigen Hilfsmittel zur Auswertung von experimentell gewonnenen Interferenzlinien geworden, wie sie in der Spannungsoptik, in der Moiré-Technik und holografischen Interferometrie anfallen.

Zur rechnerunterstützten experimentellen Untersuchung von Eigenspannungszuständen in Verbundstrukturen wurden eine Präzisionskamera und ein digitaler Bildspeicher über eine geeignete Schnittstelle mit einem Tischrechner gekoppelt.

Mit dem System werden die folgenden Probleme bearbeitet:

- o Konturvermessung von Matrix- und Grenzflächenrisse und Auswertung von Schattenflekinformationen sowie Bestimmung der Kaustikengeometrien bzw. der Spannungsintensitätsfaktoren und direkter Vergleich mit theoretisch bestimmten Interferenzmustern unter Einsatz der digitalen Bildanalyse.
- o Auswertung der spannungsoptischen Rißspitzeninformation an gekrümmten Rißspitzen in eigengespannten Verbundstrukturen unter Anwendung der Methode der Isochromatenvervielfachung.
- o Entwicklung von Programmsystemen zur Erstellung von FE-Strukturen für Modell-Verbundwerkstoffe sowie die automatische Verifizierung von FE-Prozeduren für eine Generierung der Eigenspannungsrißentwicklung bei gleichzeitigem Vorliegen von Matrix- und Grenzflächenrisse.

Im Rahmen des hier beschriebenen Beitrages soll auf die Anpassung und Implementierung von Auswertalgorithmen und Meßwertgleichungen zur Bestimmung von Spannungsintensitätsfaktoren eingegangen werden.

# Design of ceramic components considering stable crack growth

by

K.-F. FISCHER  
Technische Hochschule Zwickau  
Institut für Technische Mechanik  
PSF 35  
0-9541 Zwickau  
Germany

## Abstract

In contrast to metallic components the design of ceramic components requires qualitatively new methods. Already in room temperature range, proofs of sufficient strength, lifetime, and reliability have to be furnished. The proofs mentioned are based on the (linear elastic) fracture mechanics and fracture statistics of brittle materials. The paper gives some insides into the foundations of fracture criteria and crack propagation laws. The stable growth of preexisting flaws is supposed as the base of both the loss in strength and estimation of lifetime. Hence, the formulation of crack propagation laws, the experimental investigation of crack growth, and the statistically verified experimental analysis should draw near the centre of investigations.

A further disadvantage of ceramic materials is the scattering of material constants.

Consequently, the proof of reliability or fracture probability requires a suitable theory of fracture statistics. If we want to proof sufficient reliability of a component under multiaxial loading it is necessary to take into account a multi-modal distribution of strength.

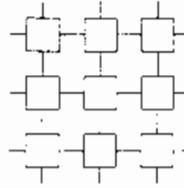
Finally, one obtains a suitable connection between ultimate stress, fracture probability, and lifetime of a component, the so-called SPT-diagram.

The cited methods are cleared with the help of examples.



Prof. Dr.-Ing.  
Dietrich Hartmann

Lehrstuhl für  
Ingenieurinformatik  
im Bauwesen



**RUHR - UNIVERSITÄT BOCHUM**  
**Fakultät für Bauingenieurwesen**

Universitätsstraße 150  
D-4630 Bochum 1

---

**Structural Optimization of  
CFRP Components in Transport  
Aircraft Design**

P. Heinze, H. Zimmermann, D. Schierenbeck,  
D. Hartmann  
Deutsche Airbus/RUB Bochum

**Abstract**

Fiber materials provide potential to improve the displacements and eigen-mode-shapes of loaded structures. In particular, the aeroelasticity representing the interaction between airloads and dynamic behavior of structural systems significantly benefits from this category of materials.

The contribution is to demonstrate the efficiency of CFRP in the case of horizontal-tail-plane optimization subject to flutter constraints. In addition, the structural optimization of further aircraft components constructed in CFRP subject to stress and flutter constraints is presented. The distinct numerical behavior of both types of constraints will be elucidated. A sequential as well as a simultaneous solution approach are discussed and evaluated. According to manufacturing requirements the thickness of the  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  and  $\pm 45^\circ$  layers are solely considered to be the optimization variables.

D. Hering

The state vector function  $w(x)$ ,  $x = (x_1, x_2) \in \Omega$ , of an elastic structure  $\Omega \subset R^2$ , where  $\Omega$  is a cross section of an axisymmetric body, loaded by static forces, is given by an elliptical differential operator equation

$$A w(x) = g, \quad x \in \Omega,$$

and a boundary operator equation on the boundary  $\Gamma \subset \Omega$

$$R w(x) = 0, \quad x \in \Gamma.$$

The design function  $u$ ,  $x_1 = u(x_2)$ ,

$$u(x_2) \in U = \{ u(x_2) \in C, u_l \leq u \leq u_u \},$$

defines the shape of a variable part  $\Gamma_0 \subseteq \Gamma$  of the boundary  $\Gamma$  within the lower and upper bounds  $u_l$  and  $u_u$ .

The shape optimal design problem is to find a shape of the domain  $\Omega$  by variation of the boundary  $\Gamma_0$ , such that the structure is optimal with respect to an objective function and certain restrictions. Here either the objective function depends on displacements and stresses, and restrictions are formulated to the mass or the volume of the construction, or the objective function depends on the mass or the volume and restrictions are on the quantity of displacements and stresses. Especially, an optimization problem can be formulated in the following form:

$$\int_{\Omega} d\Omega \longrightarrow \min_{u \in U}$$

$$f(x, w) \leq 0.$$

The boundary value problem is solved by the Finite Element Method (FEM). The function  $u$  is taken as control function of an optimal control problem. The dependence of variations of the objective function and restrictions on variations of the design function  $u$  is evaluated by sensitivity analysis, using methods of the calculus of variations. Following, an optimization method completes the calculation. Hence, the shape optimal design problem is solved by optimal control methods. Several examples are investigated.

---

Dipl.-Math. D. Hering  
Technische Universität Cottbus  
Karl-Marx-Str. 17  
0-7500 COTTBUS

## Abstract

Deformation analysis of composite materials by speckle photography

J. Heymann, G. Engelmann

Fiber-reinforced composites get an increasing importance in engineering.

Graphite-fibers have such projecting properties against traditional materials as high tension strength in fiber direction, low density, high damping factor and high temperature resistance. This properties are used above all in composites. Thereby the problem get an anisotropic character. This anisotropic character complicated the calculation of a composite element. In the paper will be shown, how the experimental method of speckle photography can applied to deformation analysis of disk-shaped composite structures and of a slider of a tool machine. It will also be drawn a parallel between results get by means of speckle photography and results get by means of FEM-program for the homogeneous and isotropic case.

## Zusammenfassung

Verformungsanalyse von Verbundwerkstoffen mittels Specklefotografie

von J. Heymann und G. Engelmann

Faserverstärkte Verbundwerkstoffe gewinnen in der Technik zunehmend an Bedeutung.

Lohlenstofffasern besitzen gegenüber herkömmlichen Werkstoffen solche hervorragenden Eigenschaften wie hohe Zugfestigkeit in Faserrichtung, geringe Dichte, großes Dämpfungsvermögen und hohe Temperaturbeständigkeit. Diese Eigenschaften werden vor allem im Verbund ausgenutzt, wodurch das Problem anisotrop wird. Diese Anisotropie kompliziert die Berechnung von Verbundbauteilen.

Im Vortrag wird gezeigt, wie die Specklefotografie zur Verformungsanalyse an scheibenförmigen Verbundbauteilen und an einem Planschieber eingesetzt werden kann. Es wird auch ein Vergleich zwischen Ergebnissen angestellt, die mittels Specklefotografie und einem FEM-Programm für den homogenen und isotropen Fall erzielt wurden.

24.7.91

J. Heymann



## A MATHEMATICAL MODEL FOR SHAPE MEMORY REINFORCED MATERIAL

K.-H. Hoffmann (Universität Augsburg)

### Abstract:

We consider a mathematical model for the dynamical behaviour of shape memory fibers reinforced strings and plates. The model is based on physical principles such as energy balance and equilibrium of momentum and it consists of coupled systems of parabolic and hyperbolic partial differential equations. The properties of these equations and its behaviour is studied in detail. In addition we have computed numerical solutions for special flexibel systems. These results are represented using computer graphics to produce a computer generated movie. Our results show that flexible structures can be controlled using smart materials as controllers and sensors in an integrated form. These control tools make use of phase transitions in the shape memory material which can be temperature- or stress-induced. The field under consideration represents an area where mathematicians, physicists and engineers start activities with very strong interdisciplinary aspects.

## Verbundspannungen bei der Lasteinleitung von einer Faser in eine Matrix

H. Bufler und H. Hütter

Institut für Mechanik (Bauwesen), Universität Stuttgart

Für das Modell einer geraden, unendlich langen, axial belasteten Faser, die mit einem gebohrten Vollraum (Matrix) über eine endliche Länge verbunden ist, werden die Bestimmungsgleichungen für die Verbundspannungen bei linear elastischen Werkstoffverhalten abgeleitet.

Ausgehend von der Loveschen Lösung der zugrunde liegenden Navierschen Differentialgleichungen bei Axialsymmetrie wird mit Hilfe der Fouriertransformation die partielle Differentialgleichung der Loveschen Verschiebungsfunktion (Bipotentialfunktion) gelöst. Damit liegen die Verschiebungskomponenten der Faser und der Matrix in Abhängigkeit von den gesuchten Verbundspannungen vor und liefern in Verbindung mit den geometrischen Übergangsbedingungen als Bestimmungsgleichungen für die Verbundspannungen zwei gekoppelte singuläre Integralgleichungen zweiter Art.

Die numerische Auswertung dieser gekoppelten Gleichungen ist mittels einer Quadraturformel in Verbindung mit den orthogonalen Jacobi-Polynomen möglich. Verbundspannungsverläufe und Verläufe der Spannungsintensitätsfaktoren für verschiedene Verhältnisse von Verbundlänge zu Faserdurchmesser werden zusammen mit den Ergebnissen für das Modell der eindimensionalen Faser in Diagrammen gegenübergestellt.

## **Der verschiedenartige Einfluß unterschiedlicher Kerbformen bei Faserverbundwerkstoffen**

**Hufenbach, W.; Kroll, L. ; Clausthal-Zellerfeld**

### **Abstract**

Die optimale Beherrschung und Ausnutzung des Eigenschaftspotentials von Faserverbundwerkstoffen setzt beim Berechnungsingenieur umfassende Kenntnis strukturmechanischer Zusammenhänge im Umgang mit anisotropen Werkstoffen voraus. Ein besonderes Problem stellen dabei in den Bauteilen kritische Zonen infolge Kerbwirkung dar. Derartige Schwachstellen treten gewöhnlich bei konstruktiv bedingten Ausschnitten auf, wofür unter Berücksichtigung ihrer unterschiedlichen Form noch entsprechende Dimensionierungsrichtlinien bei dieser noch jungen Werkstoffgruppe zu erarbeiten sind.

Am Beispiel anisotroper Faserverbund-Scheiben mit verschiedenen Kerbgeometrien werden die bei anisotropen Werkstoffen auftretenden neuartigen Kerbspannungsphänomene mit Hilfe analytischer Berechnungsverfahren erfaßt. Darüber hinaus werden für ausgewählte Kerbkonturen auch numerische und experimentelle Methoden zum Vergleich herangezogen.

Zur Kerbspannungsanalyse von anisotropen Materialien wird hier das "Verfahren der komplexwertigen Spannungsfunktionen" angewandt. Die analytisch gewonnenen Lösungsausdrücke erlauben, die Vielzahl von Parametern, die in eine Kerbspannungsberechnung eingehen, wie Faser-Matrix-Kombination, Faserorientierung, Belastungsrichtung, Kerbgeometrie unmittelbar zu variieren und ihren Einfluß auszuwerten und somit dafür Konstruktionsrichtlinien aufzustellen.

COMPOSITE RESEARCH IN SOLID MECHANICS

Title:      Stress Variation in High Strength Film Adhesive  
                 Bondlines for Flush Scarf Bonded Joints

                                 M. Klug  
                                 Messerschmitt-Bölkow-Blohm GmbH, München

Shear- and Peel-stresses in structural bondlines have been analysed for isotropic adherents and various loading szenarios.

A major influence on the stress distribution within the adhesive and the adherent is traced to the stiffness of the adherents.

While overlapping joints with orthotropic material like composites can be analysed similar to metal adherents, a flush scarf joint shows a variety of local stiffness effects along the bondline, thus influences the stress distribution within the adhesive.

This paper shows an analytical investigation for a typical flush scarf joint an the stress variation between isotropic and orthotropic adherent materials.

Influences of nonlinearity for the adhesive material and geometric effects (2-Dimensional analysis versus 3-Dimensional bonded joints in repair situation are discussed.

# NONLINEAR MODEL OF FIBROUS COMPOSITE WITH AN EXPLICIT SOLUTION

V.V.Kobelev

Institute of Mechanics and Control Theory.  
University of Siegen, D-5900, Siegen, FRG.

A new explicitly solvable model of unidirectional composite with nonlinear deformable fibers is introduced. This model generalizes the shear-lag model by including the nonlinear behavior of fibers. The equations of the model allow the Lax representation. This establishes the existence of the infinite number of invariants. The present theory is unique in that the analytical solution of boundary value problem for the simultaneous nonlinear differential equations is reduced to simultaneous nonlinear equations in terms of boundary values of unknown functions. The equations of the model are the "ellipsoidal" analogy of the "hyperboloidal" equations of Toda lattice. The latter play an important role in the soliton theory.

The two-dimensional multifilament failure problems of unidirectional fiber composites are analyzed. The examples of the numerical solutions of the latter are discussed focusing specially on the stress concentration factors of fibers adjacent to the local imperfections and the cracks.

*Permanent address:*

Institute for problems in mechanics, Academy of Science USSR,  
Vernadskogo 101, Moscow, SU-117526, U.S.S.R.

THE NUMERICAL SOLUTION OF THE THEORY ELASTICITY  
EQUATIONS WITH HIGHLY VARYING COEFFICIENTS ON THE CELL

G. M. Kobelkov (Moscow University)

Abstract:

In the process of homogenization of the theory elasticity equations and calculation of effective coefficients it's necessary to solve boundary value problem for the theory elasticity equations with periodic boundary conditions. As a rule Lamé coefficients are very varying in materials, containing in composite media inside cell. So it's arising a problem of effective numerical method for solution of system of linear algebraic equations, which approximates the original problem on the cell.

In the present paper it's considered the iterative method for solution the system of grid equations, approximating the problem on the cell. The rate of convergence of this method doesn't depend on varying of Lamé coefficients.

Zusammenfassung von

Ein Beitrag zur exakten Integration von Randintegralen der  
ebenen Elastizitätstheorie

Markwardt, K.

Ausgehend von einer Randintegralgleichung der ebenen Elastizitätstheorie werden in der Arbeit Formeln zur exakten Integration hergeleitet. Bei geometrisch linearen Randelementen gelingt die analytische Integration, wenn für Randverschiebungen und Randspannungen von beliebigen (stückweise) polynomialen Ansätzen ausgegangen wird. Dabei kann die Lage von Quellpunkt und Integrationssegment beliebig sein. Das Verfahren beruht auf einer geeigneten Zerlegung von Verschiebungs- und Spannungsdyaade und der anschließenden Reduktion auf sechs Integraltypen.

Für diese werden übersichtliche Reduktionsformeln hergeleitet.

Auf die Problematik bei geometrisch nichtlinearen Randelementen wird kurz eingegangen.

*Klaus Markwardt*

Approximation der elastischen Konstanten von kurzfaserverstärkten Faserverbundwerkstoffen

Ch. Marotzke, Berlin

In Faserverbundwerkstoffen entstehen an Faserenden, die infolge von endlichen Fasern oder von Faserbrüchen auftreten, starke Spannungskonzentrationen. Es wird gezeigt, wie das Spannungsfeld in der Faserumgebung vom Abstand der Fasern abhängt. Ferner wird der E-Modul in Faserrichtung sowie die Querdehnzahl in radialer Richtung in Abhängigkeit vom Faservolumenanteil ermittelt. Dazu wird ein neues Modell des Faserverbundwerkstoffs verwendet, das aus einer zylindrischen Elementarzelle mit einer diskreten, endlichen Faser und der umgebenden Matrix besteht, die in eine Umgebung aus homogenisiertem Material mit den Eigenschaften des 'Composite Materials' eingebettet ist. Das Modell wird numerisch mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente analysiert. Die Materialkonstanten des 'Composite Materials', das vereinfachend als isotrop angenommen wird, werden zunächst aus den einfachen Mischungsregeln abgeschätzt. Im Rahmen einer Iteration werden die Konstanten des 'Composite Materials' denen der Elementarzelle angeglichen. Der E-Modul in Faserrichtung und die Querdehnzahl in radialer Richtung werden mit den analytischen Abschätzungen verglichen. Der Vergleich der Ergebnisse für die Elementarzelle mit und ohne umgebendes 'Composite Material' zeigt, daß die Steifigkeit in axialer Richtung mit abnehmendem Faserabstand überproportional zunimmt, da die freie Verformbarkeit der Matrix im Bereich der Faserendes durch die Nachbarfasern zunehmend behindert wird.



# New variational principles in heterogeneous elasticity; nonlinear problems

P. Mazilu

Technische Hochschule, D-6100 Darmstadt, Germany

## Summary

In a series of papers Hashin and Shtrikman have proposed powerful variational principles for the heterogeneous linear elasticity. These variational principles originate from Brown's dielectric principle and are of great interest for the derivation of the elastic effective moduli of statistically homogeneous materials.

The goal of the present paper is to show how the variational principles of Hashin and Shtrikman can be derived via Lagrange multipliers. This is of importance for the extension of this type of variation principles to nonlinear problems.

**"NUMERISCH-EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN ZUM MIKRODEFORMATIONS-  
VERHALTEN VON FASER-MATRIX-COMPOSITEN  
MITTELS MIKRO-MOIRÉ-TECHNIK"**

Kenntnisse über mechanische und thermische Feldgrößen im Meso- bzw. Mikrobereich sind für eine Vielzahl festkörpermechanischer Problemstellungen von Interesse, insbesondere dann, wenn das Analysegebiet Materialinhomogenitäten enthält, deren Auswirkung auf das makroskopische Gesamtverhalten untersucht werden soll.

Einerseits erlauben moderne physikalische Meßtechniken wie die Elektronenmikroskopie, einige Lasermeßtechniken sowie in Ansätzen auch schon die Rastertunnelmikroskopie heute bereits eine gute experimentelle Charakterisierung lokaler Verschiebungsfelder an der Werkstoffoberfläche. Andererseits wiederum gestatten es numerische Modellrechnungen bei Kenntnis der Rand- bzw. Kopplungsbedingungen an Materialbereichsgrenzen unter gewissen Voraussetzungen (z.B. bei Kenntnis der konstitutiven Beziehungen etc.), die letztlich gesuchten Feldgrößen bzw. die so wichtigen daraus abgeleiteten Kenngrößen (wie z.B. Bruchkenngrößen) zu ermitteln. Die direkte Verbindung der numerischen und der experimentellen Verfahren im Rahmen sogenannter hybrider Modelle ist deshalb naheliegend, aber im konkreten Fall doch mit sehr großen Schwierigkeiten verbunden, insbesondere bei Einbeziehung von Werkstoffinhomogenitäten oder Anisotropieeffekten, wie sie bei Verbundwerkstoffen typisch sind.

Die Autoren stellen ein von ihnen entwickeltes Verfahren vor, das unter Nutzung des Moiré-Effektes der Überlagerung quasiperiodischer Strukturen im Rasterelektronenmikroskop die Möglichkeit bietet, mechanische Feldgrößen in nichtmakroskopischen Bereichen mit hoher Genauigkeit zu ermitteln. Als zweiter Schritt wird die Kopplung des Experiments zur numerischen Simulation desselben Vorganges (auf der Grundlage der FEM oder BEM) über die Erzeugung synthetischer Interferenzmuster bzw. direkt auf der Ebene der mechanischen lokalen Verschiebungsfelder dargestellt. Der Einsatz dieses Präzisionsverfahrens zur Charakterisierung des mechanischen Verhaltens von Verbundwerkstoffen wird anhand von Beispielen aus den Gebieten der Faserverbundwerkstoffe (u.a. Metall-Matrix-Composite) erläutert, wo insbesondere das lokale Deformationsverhalten an Grenzflächen und Grenzschichten (Übergänge Faser/Grenzschicht/Matrix) von praktischem Interesse sowohl für den Experimentator als auch für den Werkstoffentwickler ("mikrostrukturelles Konstruieren") ist.

**Quellen:**

- /1/ MICHEL, B. und KÜHNERT, R.:  
Quantitative Deformationsanalyse im Mikrobereich, Proc.  
2. Symp. Materialforschung des BMFT/PLR-Jülich, Dresden  
27.-29.8.1992 (im Druck)
- /2/ MICHEL, B. und WINKLER, T.:  
Theoretical Concepts and Experiments in Fracture Mechanics -  
Macroscopic and Microscopic Aspects of Modelling, 1st Euro-  
pean Solid Mech. Conf., Munich, 9.-13. Sept. 1991, Europ. J.  
Appl. Mech. (in print).

1) Anschrift der Autoren:

Prof.Dr.rer.nat. B. Michel,  
Dr.-Ing. J. Auersperg,  
Dr.rer.nat. R. Kühnert  
Institut für Mechanik Chemnitz  
Abt. Bruchmechanik und Mikromechanik  
PSF 408, D-O-9010 Chemnitz, BRD

## ABSTRACT

# ANWENDUNG DER KAUSTIKENMETHODE ZUR ANALYSE QUASISTATISCHER UND DYNAMISCHER RISSAUSBREITUNGSVORGÄNGE IN GRENZFLÄCHEN

A. NOE und K.P. HERRMANN

Laboratorium für Technische Mechanik, Universität Paderborn  
Pohlweg 47-49, W-4790 Paderborn, FRG  
Tel: (05251) 60-2283/87, Fax: (05251) 60-3206

Zur Analyse der Versagensmechanismen in spröden Verbundwerkstoffen wird die Methode der Kaustiken angewendet, um Spannungsintensitätsfaktoren an Grenzflächenrißspitzen zu bestimmen. Die Größe der Kaustiken wird durch die Rißkrümmung, die Grenzflächenbindung, die Art und die Richtung der Belastung einer Probe oder durch die Trägheitseffekte bei dynamischer Rißausbreitung verändert. Zudem wird die Kaustikengeometrie infolge der schattenoptischen Isotropie oder Anisotropie der Materialien modifiziert.

Als Erweiterung der Theorie für die Kaustiken im Falle der quasistatischen Ausbreitung von Grenzflächenrissen werden die Kaustikgleichungen für den Fall der schnellen Ausbreitung von Grenzflächenrissen abgeleitet. Die Gleichungen der Kaustiken werden mittels verallgemeinerter komplexer Potentiale formuliert. Die Potentiale ergeben sich aus der Lösung des dazugehörigen Vektor- Hilbert Problems. Die Modifikationen der Kaustikengeometrie infolge unterschiedlicher Rißausbreitungsgeschwindigkeiten, der Existenz einer Grenzfläche im Vergleich zum Riß im homogenen Werkstoff und der Einfluß der optischen Anisotropie werden für verschiedene Mixed- Mode Verhältnisse diskutiert.

Weiterhin wird ein numerisch zu lösendes nichtlineares Gleichungssystem formuliert, mit dem aus einer beliebigen Anzahl von Meßpunkten einer experimentell gewonnenen Kaustik Spannungsintensitätsfaktoren berechnet werden können. Mit Hilfe der Definition modifizierter Energiefreisetzungsraten können im Fall des Grenzflächenrisses den Spannungsintensitätsfaktoren zugeordnete Energiefreisetzungsraten bestimmt werden.

# Stresses in coated matrices generated by thermodiffusive effects

Zbigniew S. Olesiak, University of Warsaw \*

The fields of temperature and of mass diffusion can generate in matrices coated by thin layers significant contact stresses. It is important to know in which circumstances the stresses can reach high values. The stress concentrations depend on the distribution of temperature and diffusion on the contact planes and on the fact whether the thin coating layer covers the entire bounding plane. We consider two main cases corresponding to the inner and outer problem, i.e. when a matrix is bonded to coating layer on a part of the bounding plane. In theoretical cases of an inextensible coating there are singular distributions of stresses and the problems can be reduced to those of the fracture mechanics. In these cases we can consider the conditions for debonding of the layers from the matrix. The distributions of shear contact stresses for axially symmetric problems have been reduced to elliptic integrals. The corresponding curves have been shown in diagrams.

---

\*On leave at the Department of Mechanics (Civil Engng.) Un. of Stuttgart.

COMPUTER-STRUKTUR-MODELLE UND ALGORITHMEN FÜR COMPOSITES UNTER  
BERÜCKSICHTIGUNG VON MIKRO- UND MAKROSCHÄDIGUNGSMECHANISMEN

A. S. Ovtchinskij (Universität Moskau)

z.Zt. Gastwissenschaftler der Universität Paderborn

Zusammenfassung:

Eine neue Richtung in der strukturellen Compositemechanik besteht in der Schaffung von Computerstrukturmodellen der Werkstoffe und von Simulationsalgorithmen der Schädigungsspeicherung auf verschiedenen Struktur-niveaus.

Bei der Bildung von Strukturmodellen werden diejenigen Angaben im Computer gespeichert, die die lokalen Zufallswerte der Festigkeitseigenschaften der einzelnen Strukturelemente sowie ihre Anordnung beschreiben. Der Zerstörungsprozeß wird als eine Reihe von verschiedenen lokalen Beschädigungsprozessen (Faserbrüche, Debonding, Matrixrisse) modelliert. Die Wechselwirkung zwischen den Zerstörungsmechanismen und der Spannungsverteilung in den Strukturelementen wird ebenfalls berücksichtigt.

Der prinzipielle Vorzug des Struktur-Simulations-Modellierungsverfahrens besteht in der Möglichkeit der Darstellung des Übergangs von der allmählichen langsamen Schädigungsspeicherung zur schnellen lawinenartigen Zerstörung sowie auch in der Möglichkeit der Computervorhersage der verschiedenen Makrozerstörungsarten.

Die Zerstörungsprozesse werden in den Composites mit Faserblock und -schichtstrukturen unter verschiedenen Belastungsbedingungen modelliert, und die entsprechenden Festigkeits- und Brucheigenschaften der Composites werden vorhergesagt.

## OPTIMAL USE OF COMPOSITE MATERIALS

P. Pedersen (University of Denmark)

### Abstract:

Advanced materials are now used frequently in engineering design and that have opened for the possibility of material design. A general characteristic of these materials is that they are anisotropic, and this puts new demands on the analysis capabilities and optimization methods. In recent years a number of questions have been clarified, and the intention of the present paper is to distribute the knowledge gained. Active research areas are also commented on, and the concurrent design with a number of different design parameters are put forward.

Stress-strain behaviour and fracture of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  fibre-reinforced SiC

P.W.M. Peters

Abstract

Stress-strain behaviour and fracture of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  fibre-reinforced SiC with two different types of fibres (Nextel 440 and Sumitomo) were investigated. Specimens out of three different plates were tested. Material 1 (with Nextel fibres, matrix volume  $V_m = 0.40$ ), material 2 (Nextel fibres,  $V_m = 0.57$ ) and material 3 (Sumitomo fibres,  $V_m = 0.59$ ). The stress-strain curve consists out of three different ranges:

- a linear-elastic range
- a second range in which the matrix reaches a state of saturated cracking
- a third range with decreasing modulus dominated by fibre fracture.

The matrix volume content and porosity were estimated making use of rule of mixture relations for the modulus in range 1 and 2. The fibre moduli were determined with the aid of tensile tests on dry (1K) bundles and the matrix modulus was assumed to be  $E_m = 224$  GPa. The strength of the different materials was correlated with the fibre bundle strength as determined from the dry bundle experiments. The material with thicker fibres, which have a lower strength and a larger scatter in strength proved to be stronger than the material with stronger fibres with a small scatter in strength.



Investigations on the stability of  
multilayered sandwich-type plates;  
a modified Mindlin model

L. Pomázi - G. Vörös

Department of Applied Mechanics  
Faculty of Mechanical Engineering  
Technical University of Budapest

The actual layouts, material characteristics, loading and boundary conditions of multilayered media (including beams, plates and shells) determine which of the theories or models shall be or may be used. These investigations in general must be considered as a three-dimensional problems, but depending on the characteristic wave lengths of the strain/stress distribution of the multilayered media construction, emphasis has been concentrated on the approach solutions.

The sandwich-type constructions (beams, plates, shells) basically are characterized by the very different material properties of the neighbouring layers. In such constructions the "hard" layers usually are modelled as thin plates/shells obeying the Kirchhoff-Love hypothesis. For the "soft" layers the antiplane shear strains and stresses are characteristic, while the model of "transversally soft layers" includes the effects of the antiplane normal deformations, too.

Investigations on such models help better understanding the behaviour of the reinforcing elements in the layered media and can also be useful for the investigations on the composite material and constructions.

The present report gives a review on the formulation of the mechanical/mathematical models of the stability and initial postbuckling behaviour of multilayered sandwich-type plates with orthotropic (may be constructionally orthotropic) hard and transversally isotropic soft layers. The corresponding governing equations, boundary conditions and the formulation of the initial postbuckling behaviour problem are given. The equations and tasks - as examples - are shown for the regularly multilayered rectangular plate with Navier-type boundary conditions.

The report shows also a modified Mindlin type FEM model for the layered thick plates. In this model the rotations of the normal and the normal strains are taking into account. The number of the nodal degrees of freedoms depends on the  $n$  number of the layers and equal to  $3(1+n)$ . Using this model the report shows some numerical examples for the static and stability problems of asymmetrically built and loaded sandwich type composite plates.

## SHAPE OPTIMAL DESIGN OF TWO-DIMENSIONAL STRUCTURES

---

Dieter Probst

The shape optimal design problem for linear elastic, plane structures is to minimize the volume or displacements with respect to geometrical restrictions and restrictions on tractions. The state of the elastic body, loaded by static forces, is given by an elliptic differential operator and certain boundary conditions. The variable geometrical values are functions, giving the shape of the boundary of a plane construction. The state problem is solved by the Boundary Element Method. The connection between the function, describing the boundary shape of the region, and objective function and restrictions can be evaluated by sensitivity analysis.

Especially we consider the following two models:

Model I: Minimization of the weight of the elastic construction under geometrical restrictions and restrictions on the stress tensor

Model II: Minimization of the displacements of the elastic construction under geometrical restrictions.

To approximate the optimal shape design problem in the plane case by using the Boundary Element Method it is necessary to discretise only the boundary of the structure. For the calculation are used linear boundary elements.

The solution of the optimal control problem is done by discretization of the cost functional and all restrictions. Hence, we solve a nonlinear optimization problem instead of the control problem.

Some numerical examples are solved.

---

Dipl.-Math. D.Probst  
Technische Universität Cottbus  
Fachbereich Mathematik  
Karl-Marx-Str.17  
O-7500 COTTBUS

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Manfred Weck, Dipl.-Math. Margot Ruschitzka

## **Entwicklung von Dekompositionsstrategien für die Strukturoptimierung von Bauteilen aus Faserverbundwerkstoff unter Einsatz von Parallelrechnern**

---

Für die Konstruktion eines Bauteils aus Faserverbundwerkstoff mit maximaler Steifigkeit oder minimalem Gewicht ist eine optimale Ausnutzung des Materialverhaltens erforderlich. Gegenüber metallischen Werkstoffen verfügen Mehrschichtverbunde über einen aufwendigeren Materialaufbau, der durch Parameter wie Wahl der Faserwerkstoffe, Orientierung der Verstärkungsfasern sowie Anzahl, Dicke und Stapelfolge der Einzelschichten beschreibbar ist. Eine optimierte Auslegung der entsprechenden Konstruktionsparameter kann mit Hilfe von Finite-Elemente-Optimierungsprogrammen bestimmt werden. Jedoch darf neben der Rechenmodellgröße die Anzahl der zu berücksichtigenden Parameter und Restriktionen nicht beliebig groß sein, wenn Ergebnisse in einem vertretbarem Zeitrahmen erzielt werden sollen.

In diesem Vortrag wird eine Dekompositionsstrategie vorgestellt, mit deren Hilfe Probleme der Strukturoptimierung rechenzeiteffektiv und vor allem auch unter Einsparung von Systemressourcen bearbeitet werden können. Das Prinzip der Dekomposition besteht darin, komplexe Optimierungsprobleme in mehrere kleine aufzuspalten. Die entsprechenden Zielfunktionen und Parameter lassen sich für jedes Subproblem durch eine geeignete Wahl von Koordinationsvariablen, wie z.B. Kräfte und Verformungen an der Schnittkante, approximieren und anschließend unabhängig voneinander optimieren.

Wird durch die Anwendung der Dekompositionsstrategie die Rechenzeit zur Lösung der Faserverbundoptimierung reduziert, so soll durch den Einsatz des Parallelrechners auch die Verweilzeit des Rechenauftrages im Computer verringert werden. Der Vortrag beschreibt ein Konzept, wie die Parallelisierung auf zwei Ebenen realisiert werden kann: zum einen auf der durch die Dekomposition geschaffenen Subsystemebene, zum anderen innerhalb der Subsysteme.

Dr.-Ing. Milan Ruzicka - TH Prag

Steifigkeits- und Festigkeitgesichtspunkte bei der  
Konstruierung Maschinenteilen aus der CFK-Laminaten

Die Benutzung Compositematerialien steigt in der CSFR jedes Jahr immer höher. Wir möchten einige Beispiele der Zusammenarbeit der TH Prag mit der Flugzeugbau- und Eisenbahnindustrie zu präsentieren. Nach der Erfahrungen aus der TU Karlsruhe bearbeiten wir analytische und numerische als auch experimentelle Methoden für die Spannungs- und Festigkeitsanalyse der CFK-Laminaten. Für die optimale Steifigkeit der Schichtung und für die Festigkeitschätzung der Laminatplatten /glatten oder mit geometrischen Makrodiskontinuitäten/ wurde Rechenprogrammen nach der Laminattheorie und FEM entwickelt. In Rahmen diesen Programmen wird auch Beschädigungskriterium für verschiedene Stapelfolge der Laminaten diskutiert. Einige Ergebnisse wurden durch die experimentelle Spannungs-dehnungsanalyse verglichen. Dabei haben wir Dehnungsmeßstreifenmessungen, Reflektionspolariskopie und akustische Emission benutzt.

*M. Ruzicka*

Mrs. S. Ander/U. Diehl  
Secretariat of Prof. Dr. -Ing. E. Schnack  
Institute of Solid Mechanics  
University of Karlsruhe  
P.O. Box 6980  
D-7500 Karlsruhe 1

Prof. V. S. Ryaben'kii  
Institute of Applied Mathematics  
of the USSR Ac. of Sci.  
125047, Moskow, Miusskaja, 4

Difference Potentials as Macroelements. V. S. Ryaben'kii.

Let  $Lu=0$ ,  $x \in D$ , be an arbitrary elliptic system of linear differential equations with variable coefficients. We divide  $D$  into the domains  $D_i$ ,  $D = \bigcup D_i$ ,  $D_i \cap D_j = \emptyset$ . The equation  $Lu=0$  in domain  $D_i$  is denoted by  $L_i u_i = 0$ ,  $x \in D_i$ . A general solution of the equation  $L_i u_i = 0$  is written in the form of the generalized Calderon potential with density on  $\Gamma_i = \partial D_i$ . Solving the boundary value problems for  $Lu=0$  is reduced to finding the densities on  $\Gamma = \bigcup \Gamma_i$  and calculating the respective potentials. A scheme of discretization, decomposition of the problem and effective calculation of the solution is based on approximation of the Calderon potentials by the difference potentials [1], [2].

#### References.

- [1] V. S. Ryaben'kii, Boundary equations with projectors. Russian Math. Surveys, Vol. 40:2, 1985, pp 147-183.
- [2] V. S. Ryaben'kii, Difference potentials method for some problems of continuous media mechanics, Moscow, Nauka, 1987, pp. 1-320 (in Russian).

Numerical Experiences of a Penalty Type Procedure for  
Axisymmetric Rubber Composites

Sárközi, L. Nándori, F. Szabó, T.

University of Miskolc, Department of Mechanics  
Hungary

In engineering there are number of different kind of axisymmetric rubber composites like air springs, membranes, thick-walled rubber tubes, tyres etc. for which axisymmetric loading causes not only meridional but also circumferential displacements as well. Special finite element program was developed at the Department of Mechanics, University of Miskolc for strength analysis of such problems.

On base of the penalty type functional [1]

$$J(u_i) = \int_V [ W(I_1, I_2) + \frac{1}{2\alpha} f^2(I_3) ] dV - R$$

where  $u_i$  are the displacements  
 $I_1, I_2, I_3$  the invariants of the Cauchy-Green strain tensor  
 $W$  strain energy density  
 $\alpha$  penalty parameter  
 $f(I_3)$  incompressibility constraint  
 $R$  virtual work of the external forces,

applying the total Lagrangian description practically interesting problems have been solved and compared with experimental results.

In case of reinforced rubber layers the rubber was taken as an incompressible Mooney-Rivlin material while the fibers were considered as a Hookean material with single Young modul.

Reference

- [1] B. Haggblad - J.A. Sundberg : "Large Strain Solutions of Rubber Components " Comp. Struct. Vol 17 No. 5-6. pp 835-843. 1983

## Bestimmung der interlaminaren RiBzähigkeit von CFK

G. Steinmetz

Institut für Flugzeugbau, Universität Stuttgart

### Zusammenfassung

Das interlaminare Bruchverhalten eines carbonfaserverstärkten Kunststoffes (CFK) wurde bei reinem RiBöffnungsmodus I und II sowie gemischtem Modus untersucht. Als Proben wurden sog. Doppelbiegebalken (Double Cantilever Beam = DCB) verwendet. Bei der Versuchsdurchführung wurde das Verhältnis der Energiefreisetzungsraten der einzelnen Modi  $G_I/G_{II}$  zum Teil konstant gehalten, aber auch variiert. Die gemessenen Kräfte, RiBöffnungsverschiebungen und RiBlängen wurden unter Anwendung verschiedener Auswerteverfahren analysiert. Es konnte festgestellt werden, daß die Ergebnisse der einzelnen Verfahren zum Teil stark von einander abwichen.

Generell läßt sich sagen, daß die interlaminare RiBzähigkeit des untersuchten Materials mit der RiBlänge zunimmt. Dies wird hauptsächlich der Bildung von sog. Faserbrücken zugeschrieben. Es zeigte sich, daß ihr Einfluß abhängig war vom Verhältnis  $G_I/G_{II}$  und von der Faserorientierung der an die Delamination grenzenden Laminatschichten.

Die gemittelten kritischen Energiefreisetzungsraten für das Material Rigidite 5208/G30-500 sind im reinen Modus I am geringsten ( $G_{Ic} = 0,18$  kJ/m<sup>2</sup>), im reinen Modus II nahezu dreimal so hoch ( $G_{IIc} = 0,49$  kJ/m<sup>2</sup>). Die Werte bei gemischtem Modus reichen von 0,45 kJ/m<sup>2</sup> bis 0,68 kJ/m<sup>2</sup>.



# A HYBRID/MIXED LAMINATED SHELL ELEMENT AND ITS APPLICATION

Shenglin Di\*  
Department of Civil Engineering  
Southeast University  
Nanjing, P.R.China

E. Ramm  
Institut für Baustatik  
Universität Stuttgart  
Stuttgart, Deutschland

## ABSTRACT

In recent years the numerical performance of the finite element with multivariable could be effectively improved by introducing additional displacement<sup>[1-3]</sup>. It is recognized that the additional displacement play as a Lagrange multiplier to enforce the equilibrium constraint within each element. A concept of model optimization design for hybrid/mixed elements has appeared<sup>[4]</sup> and has been implemented in various solid mechanics problems. A series of elements with simple formulation and excellent numerical behavior has been developed<sup>[4-6]</sup>. A general discussion about this new approach for choosing stress terms in hybrid element has been presented by Pian et al.<sup>[7]</sup>.

A composite laminated curved shell element consisting of different materials is developed here using the model optimization approach mentioned above. The energy constraint condition is introduced within each layer to obtain the optimizing stress version. The modified incremental Hellinger Reissner principle on which this element is based is formulated to analyze both material and geometric nonlinear performance of structures, especially for reinforced concrete plates and shells. In these problems, the hybrid/mixed element are most suitable due to their excellent stress prediction, adaptability to any type of mesh and insensitivity to the variation of Poisson's ratio. The laminated shell element has been used to analyze the trough-thickness plastic behavior and the progressive cracking. A series of numerical examples for laminated plates and reinforced concrete plates and shells are given to examine both the laminated composite shell element and the numerical model for reinforced concrete surface structures.

## REFERENCES

- [1] T.H.H.Pian and D.P.Chen, Alternative ways of formulation of hybrid stress elements, *Int.J.Num.Meth.Engng.* 18(1982) 1679-1684.
- [2] T.H.H.Pian and K.Sumihara, Rational approach for assumed stress finite elements, *Int. J.Num.Meth.Engng.* 20(1984) 1685-1695.
- [3] Changchun Wu, Shenglin Di and Maoguang Huang, The optimization design of hybrid element, *KEXUE TONGBAO* 32(1987) 1236-1239.
- [4] Changchun Wu, Shenglin Di and T.H.H.Pian, Optimizing formulation of axisymmetric hybrid stress elements, *Acta Aeronaut Astronaut Sinica*, 8(1987) A439-447.
- [5] Shenglin Di, Changchun Wu and Qigen Song, Model optimization of hybrid stress general shell element, *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2(1989) 1-18.
- [6] Shenglin Di, Changchun Wu and Qigen Song, Optimization formulation of hybrid model for thin and moderately thickness plates, *Appl. Meth.Mech.* 2(1990) 149-157.
- [7] T.H.H.Pian and Changchun Wu, A rational approach for choosing stress terms for hybrid element formulation, *Int.J.Num.Meth.Engn.* 26(1988) 2331-2343.

\* Currently at Institut für Baustatik, Universität Stuttgart as Humboldt research fellow.

## Mechanical Behaviour of Fiber Reinforced Composites under Transverse Tension

S. Schmauder and R.M. McMeeking\*

Max-Planck-Institut für Metallforschung, Institut für Werkstoffwissenschaft,  
Seestraße 92, D-7000 Stuttgart 1, FRG

\*Materials Department, College of Engineering, University of California,  
Santa Barbara, CA 93106, USA

At present, tremendous efforts are taken to understand the mechanical behavior of today's high performance composites. A common feature of these favoured materials is the combination of a ductile with a brittle phase. Previous studies focussed on the mechanical behaviour of composites reinforced with spherical, ellipsoidal and cylindrical particles.

In the present study we concentrate on fiber reinforced composites and their mechanical behaviour in transverse fiber direction. We restrict ourselves to elastically isotropic behavior of the brittle phase and elastic-plastic material response in the ductile matrix.

It is demonstrated that hard fibers above that volume fraction at which shear deformation in the matrix is impeded by the fibers lead to a remarkable stiffness increase for regular fiber arrangements. However, the critical volume fraction of fibers for the same strengthening effect is not fixed but is rather a function of the shape and arrangement of fibers. This outcome provides two very important design parameters for fiber reinforced composites. In reality, these parameters cannot be achieved at the same time for all kinds of material combinations: Although good alignment of fibers is state of the art, the arrangement of fibers and particles in a composite is still a difficult task for the manufacturer.

In addition, chemical reactions at the interfaces can provide very weak adhearance between fiber and matrix and in the sequel to a significant strength decrease of fiber reinforced composites loaded under transverse tension. In our calculations this weakening is found to be a strong function of debond length.

The results lead to the general conclusion that it is important for the design of advanced composites to control size, shape and arrangement of inclusions in a ductile matrix as well as the interface properties between fibers and matrix. For the fiber reinforced composites under transverse tension good bonding between fiber and matrix is desirable.

# Development of Delamination Criteria by X-Ray Measurement and FEM Simulation

*B. Prinz* and *E. Schnack*

Institute of Solid Mechanics

Karlsruhe University

## Abstract:

The determination of stresses in carbon fiber reinforced materials by means of X-ray diffraction on crystalline filler particles is presented. This method allows a direct access to the three-dimensional interlaminar stress fields responsible for failure processes of multilayer composites.

Very important is the transmission behaviour of strains respectively stresses from the surrounding matrix to the powder inclusion. The strain/stress transmission condition can be formulated by a macroscopic (*Boussinesq*, *Neuber*, *Papcovic*) or a micromechanic model (*Kröner*). For the filler powders Al, Ag and Nb both models have been tested and compared with experimental data. The results show a better correspondence with the *Kröner* model.

Compared with the above mentioned metal inclusions, a significantly improved measurement accuracy can be obtained by using CdO as a mineral filler particle. The reason is the distinct crystallization and the small particle size ( $1\ \mu\text{m}$ ) of this substance. Moreover, a high reflection intensity leads to a strongly reduced measurement time. The application of modern measurement technique (Position Sensitive Detector) additionally reduces the measurement time. The obtained time reduction of a factor 5 - 10 is very important with respect to relaxation effects in the matrix material. Until now, only experimental data for the transmission constants are available.

The measurement process as well as the PC-based evaluation are carried out automatically. In particular, the peak determination of intensity profiles has been optimized by use of the cross correlation method. The X-ray method has been tested with various composite laminates. Results obtained from experiments on highly loaded specimens are in agreement with FEM simulations.

---

Experimental and Analytical Study to Determine Composite  
Shear Stresses

F. Couhier, K. Schulte  
DLR, Inst. of Materials Research  
5000 Köln 90  
Germany

The experimental determination of composite shear stresses is often difficult and expenditure, however, it is necessary in order to completely describe its behaviour.

A couple of special tests were developed in the past, but in order to achieve good results they either need special technical equipment i.e. rail shear test, or specially designed specimen configurations i.e. cross beam test. One of the more simple tests is the  $\theta_f$ -off-axis test. ( $\theta_f$ -angle between fibres and loading direction). In this case the computing of the shear modulus is good, but problems arise when calculating the shear strength, as tensile stresses are present in fibre direction. Using the  $\theta_f$ -off-axis test it is possible to determine the shear modulus with high accuracy. It turns out that  $\theta_f$  is a function of the composite properties and the shear energy increase.

It will further be shown that the off-axis-angle is at the end a function of the in-fibre and transverse Young's modulus. This will be demonstrated analytically and by experiment.

## Development of composite crashelements for automotives - experiments and analysis

K. Schweizerhof, Institut für Baustatik, Universität Karlsruhe  
M. Maier, BASF AG, Ludwigshafen

Composite materials are very well suited for energy absorption under crash loading for automotives, as the force level of the crash force can be kept on an almost constant level at these rather low impact velocities. Within the CARMAT 2000 project at BASF, Ludwigshafen, various crashelements were developed and tested. First attempts were also undertaken to simulate the crash-worthiness behaviour of the composite structures using finite shell elements.

The presentation is focussed on the impact loading of shell like structures with various sections made out of layers of unidirectional laminates with various cross sections. Experiments were performed using two crash facilities, a small one for initial tests and a larger one for realistic crash elements. The specimens tested were also analysed using the finite element program LS-DYNA3D, to which a special composite material model was added. As complete structures had to be analysed, a layered shell model forming a homogenized continuum was developed. In a first step failure criteria following Hashins proposal were incorporated. The comparison between experiment and analysis shows the advantages and the limits of the presented approach.

# Numerical Investigation of Topological Aspects in the Thermomechanical Behavior of Short Fiber Reinforced MMC's.

Emmerich Weissenbek, ILFB TU-Wien and  
CD-Laboratory of Micromechanics of Materials

## Abstract

The influence of different topological ordering of fibers in short fiber reinforced metal matrix composites (SMMC) is investigated using a two-dimensional axisymmetrical model of a cylindrical unit cell. Special boundary conditions allow an approximate description of the three-dimensional problem with a two-dimensional model. A parametric study of the influence of a number of geometrical properties on the thermal expansion behavior of SMMC's is performed. Two different geometrical scenarios are investigated: a staggered and an aligned arrangement of fibers. The relevant topological parameters are the aspect ratio of the fibers, the aspect ratio of the unit cell, and the fiber volume fraction, which together describe the microgeometry of the composite.

The composite material consists of an aluminium matrix and Sumitomo-ALTEX-fibers. The material data of the fiber and the matrix are treated as temperature-dependent and isotropic. The fiber is described as a thermoelastic material and a thermoelastoplastic material law with isotropic hardening is used for the matrix.

The finite element program ABAQUS is used to investigate the deformations of the unit cell. The results are shown as strain versus temperature diagrams and as total and instantaneous coefficients of thermal expansion (CTE) versus temperature diagrams for the axial and transversal directions. The instantaneous CTE is an excellent indicator for characterizing the plastification behavior of the composite under thermal loading. The behavior of the SMMC is investigated for two different initial states, one with residual stresses from a previous cooldown process and one without them.

A comparison of the results shows substantial differences in the behavior of the above models, i.e. there is a remarkable influence of the topologie. The influence of the unit cell aspect ratio on the overall behavior is much smaller in the staggered case than in the aligned case. The staggered model represents a more randomly ordered fiber arrangement than the aligned scenario. The aligned case is too highly idealized. The overall behavior of the staggered model with different unit cell aspect ratios is similar, only the instantaneous CTE shows small differences in the onset of the matrix plastification.

# Ein wegunabhängiges Integral für Interface-Probleme der Verbundwerkstoffe

Z. ZHAO

Lehrstuhl für Technische Mechanik, Universität Kaiserslautern,  
Postfach 3049, D-6750 Kaiserslautern, BR Deutschland

## Zusammenfassung

Für Interface-Probleme der Verbundwerkstoffe aus zwei verschiedenen Materialien wird ein wegunabhängiges Integral hergeleitet.

Das Integral basiert auf dem BETTIschen Reziprozitätssatz, der zwei Gleichgewichtszustände eines linear-elastischen Körpers unter verschiedenen äußeren Belastungen miteinander verknüpft. Die Bedeutung dieses Integrals in der Bruchmechanik liegt darin, daß nun die singulären Eigenschaften eines Rißproblems durch die Wahl eines Hilfssystems erhalten werden können. In dieser Arbeit wird das wegunabhängige Integral für Interface-Probleme anschaulich formuliert. Eine einfache Beziehung zwischen den Spannungsintensitätsfaktoren und dem Integral wird durch Auffindung einer orthogonalen Eigenschaft des Integrals hergeleitet. Anschließend wird die Anwendung des wegunabhängigen Integrals bei der Finite Element-Analyse für Interface-Probleme durch numerische Beispiele verdeutlicht.