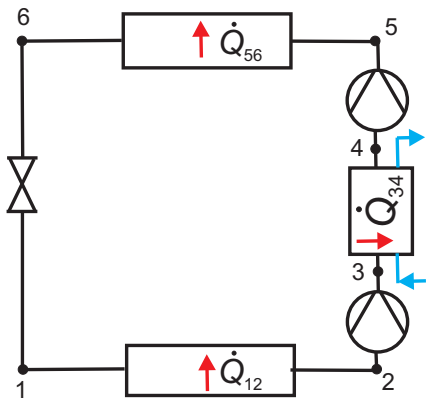
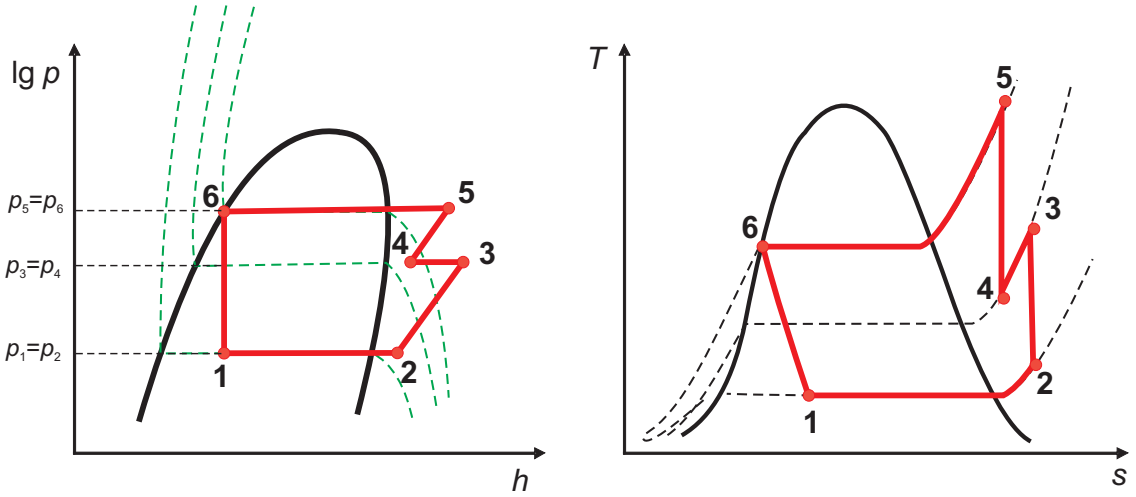
Musterlösung Aufgabe 1: «Kältemaschine»

I. TEILAUFGABE A) ⇒ 2 PUNKTE



II. TEILAUFGABE B) ⇒ 4 PUNKTE



III. TEILAUFGABE C) ⇒ 2 PUNKTE

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_{KM} \cdot (h_2 - h_1) \Rightarrow \dot{m}_{KM} = \frac{\dot{Q}_{12}}{h_2 - h_1}$$

$$h_2 = h(-20°C,\ 1.42\ bar) = 565.15\ (\frac{kJ}{kg})$$

$$h_1 = h_6 = h'(50°C) = 334.29\ (\frac{kJ}{kg})$$

$$\dot{m}_{KM} = \frac{80\ kW}{(565.15 - 334.29)\frac{kJ}{kg}} = 0.346\ \frac{kg}{s}$$

IV. TEILAUFGABE D) ⇒ 2 PUNKTE

$$h_1 = h_1' + x_1 \cdot (h_1'' - h_1') \Rightarrow x_1 = \frac{h_1 - h_1'}{h_1'' - h_1'} = \frac{334.29 - 106.93}{537.19 - 106.93} = 0.5284$$

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{1}{\rho_1'} + x_1 \cdot (\frac{1}{\rho_1''} - \frac{1}{\rho_1'}) = \frac{1}{600.52} + 0.5284 \cdot (\frac{1}{3.22} - \frac{1}{600.52}) = 0.16488 \ \frac{m^3}{kg}$$

$$\Rightarrow \rho_1 = \frac{1}{0.16488} = 6.065 \ \frac{kg}{m^3}$$

V. TEILAUFGABE E) ⇒ 3 PUNKTE

$p_2 = 1.42 \ bar, \ p_5 = 20.54 \ bar, \ p_4 = p_3$

$$\frac{p_5}{p_4} = \frac{p_3}{p_2} \Rightarrow p_4 \cdot p_3 = p_5 \cdot p_2 \Rightarrow p_4 = p_3 = \sqrt{p_5 \cdot p_2} = \sqrt{1.42 \cdot 20.54} = 5.4 \ bar$$

$$s_3 = s_2 = 2.5948 \ \frac{kJ}{kgK}$$

Interpolation:

$$h_3 = 621.49 + \frac{636.65 - 621.49}{2.6 - 2.55} \cdot (2.5948 - 2.55) = 635.07 \ \frac{kJ}{kg}$$

Zustand 4: $p_4 = 5.4 \ bar, \ t_4 = 20^oC, \ h_4 = 612.43 \ \frac{kJ}{kg}$

$$\dot{Q}_{34} = \dot{m}_{KM} \cdot (h_4 - h_3) = 0.346 \ \frac{kg}{s} \cdot (612.43 - 635.07) \frac{kJ}{kg} = -7.8 \ kW$$

VI. TEILAUFGABE F) ⇒ 2 PUNKTE

$$\varepsilon_{KM} = \frac{\dot{Q}_0}{P_{Antr.}} = \frac{\dot{Q}_0}{\dot{m}_{KM} \cdot (h_3 - h_2) + \dot{m}_{KM} \cdot (h_5 - h_4)} =$$

$$\frac{80 \ kW}{0.346 \ \frac{kg}{s} \cdot (635.07 - 565.15 + 686.35 - 612.43) \frac{kJ}{kg}} = 1.6$$

VII. TEILAUFGABE G) ⇒ 3 PUNKTE

$$\eta_{ex.} = \frac{|\dot{E}_{\dot{Q}_0}|}{P_{zu}} = \frac{(1 - \frac{T_a}{T_m}) \cdot \dot{Q}_0}{\dot{m}_{KM} \cdot (h_3 - h_2) + \dot{m}_{KM} \cdot (h_5 - h_4)}$$

$$T_{m,12} = \frac{\Delta h_{12}}{\Delta s_{12}} = \frac{h_2 - h_1}{s_2 - s_1} = \frac{565.15 - 334.29}{2.5948 - 1.61} = 234.96 \ K$$

$$s_1 = 0.64 + 0.5284 \cdot (2.48 - 0.64) = 1.61 \ \frac{kJ}{kg \ K}$$

$$\eta_{ex.} = \frac{(1 - \frac{293.15}{234.96}) \cdot (80 \ kW)}{0.346 \ \frac{kg}{s} \cdot (635.07 - 565.15 + 686.35 - 612.43) \frac{kJ}{kg}} = 0.4$$

Musterlösung Aufgabe 2:

I. TEILAUFGABE B) $\Rightarrow$ 3 PUNKTE

$$\dot{V}_{1,L} = 180\ \frac{m^3}{h} = \frac{180}{3600}\ \frac{m^3}{s} = 0.05\ \frac{m^3}{s}$$

$$\rho_L = \frac{p_{ges}}{R_L \cdot T_L} \quad \Rightarrow \quad \rho_L = \frac{0.1 \cdot 10^6\ Pa}{\frac{8.314472}{0.02896} \cdot (65 + 273.15)} = 1,03\ \frac{kg}{m^3}$$

$$\dot{m}_L = \rho_L \cdot \dot{V}_{1,L} = 1,03\ \frac{kg}{m^3} \cdot 0.05 \frac{m^3}{s} = 0.0515\ \frac{kg}{s}$$

II. TEILAUFGABE C) $\Rightarrow$ 4 PUNKTE

$$-\dot{Q}_{ab} = \dot{m}_{L^*} \cdot (h_{1+x,2^*} - h_{1+x,1^*})$$

$$\dot{Q}_{zu} = \dot{m}_L \cdot (h_{1+x,4} - h_{1+x,3})$$

$$\dot{m}_{L^*} = -\frac{\dot{m}_L \cdot (h_{1+x,4} - h_{1+x,3})}{h_{1+x,2^*} - h_{1+x,1^*}}$$

$$h_{1+x,4} - h_{1+x,3} = c_{p,L} \cdot t_4 + x_4 \cdot (r_0 + c_{p,D} \cdot t_4) - c_{p,L} \cdot t_3 - x_3 \cdot (r_0 + c_{p,D} \cdot t_3) = c_{p,L} \cdot (t_4 - t_3) + x_4 \cdot c_{p,D} \cdot (t_4 - t_3)$$

$$p_s(10^oC) = exp\left(18.8314 - \frac{3964.8072}{(10 + 232.8977)}\right) = 12.2859\ mbar$$

$$x_4 = x_3 = \frac{18,015}{28,96} \cdot \frac{0.5 \cdot 0.00122859\ MPa}{0.1\ MPa - 0.5 \cdot 0.00122859\ MPa} = 3.8449 \cdot 10^{-3}\ \frac{kg}{kg}$$

$$\Rightarrow \quad h_{1+x,4} - h_{1+x,3} = 1.007 \cdot (60 - 10)\ K + 3.8449 \cdot 10^{-3} \cdot 1.86 \cdot (60 - 10)\ K = 50.7076\ \frac{kJ}{kg}$$

$$h_{1+x,2^*} - h_{1+x,1^*} = c_{p,L} \cdot t_{2^*} + x_{s,2^*} \cdot (r_0 + c_{p,D} \cdot t_{2^*}) + (x_{2^*} - x_{s,2^*}) \cdot c_{p,W} \cdot t_{2^*} - c_{p,L} \cdot t_1 - x_1 \cdot (r_0 + c_{p,D} \cdot t_1)$$

$$p_s(65^oC) = exp\left(18.8314 - \frac{3964.8072}{(65 + 232.8977)}\right) = 250.1621\ mbar = 0.025\ MPa$$

$$x_1 = \frac{18,015}{28,96} \cdot \frac{0.025\ MPa}{0.1\ MPa - 0.025\ MPa} = 0.2074\ \frac{kg}{kg} = x_{2^*}$$

$$p_s(20^oC) = exp\left(18.8314 - \frac{3964.8072}{(20 + 232.8977)}\right) = 23.4269\ mbar$$

$$x_2 = \frac{18,015}{28,96} \cdot \frac{0.00234269\ MPa}{0.1\ MPa - 0.00234269\ MPa} = 0.0149\ \frac{kg}{kg} = x_{s,2^*}$$

$\Rightarrow \quad h_{1+x,2^*} - h_{1+x,1^*} = 1.007 \cdot 20 + 0.0149 \cdot (2500 + 1.86 \cdot 20) + (0.2074 - 0.0149) \cdot 4.19 \cdot 20 - 1.007 \cdot 65 - 0.2074 \cdot (2500 + 1.86 \cdot 65) = 20.14 + 37.8043 + 16.1315 - 65.455 - 542.5263 = -533.9055 \ \frac{kJ}{kg}$

$$\dot{m}_{L^*} = -\frac{0.0515 \ \frac{kg}{s} \cdot 50.7076 \ \frac{kJ}{kg}}{-533.9055 \ \frac{kJ}{kg}} = 4,8912 \cdot 10^{-3} \ \frac{kg}{s}$$

$$\rho_{L*} = \frac{p_{ges}}{R_L \cdot T_L} = 1,03 \ \frac{kg}{m^3}$$

$$\dot{V}_{1^*} = \frac{\dot{m}_{L^*}}{\rho_{L*}} = 4,7487 \cdot 10^{-3} \ \frac{m^3}{s}$$

III. TEILAUFGABE D) $\Rightarrow$ 2 PUNKTE

$$\dot{m}_K = \Delta x \cdot \dot{m}_{L^*} = (0.2074 - 0.0149) \cdot 4,8912 \cdot 10^{-3} \ \frac{kg}{s} = 0.9416 \cdot 10^{-3} \ \frac{kg}{s}$$

IV. TEILAUFGABE E) $\Rightarrow$ 4 PUNKTE

$$\dot{H}_5 + \dot{Q}_p + \dot{H}_W = \dot{Q}_V + \dot{H}_1$$

$$h_{1+x,5} \cdot \dot{m}_L + \dot{Q}_p + \dot{m}_W \cdot c_{p,W} \cdot t_W = \dot{Q}_V + h_{1+x,1} \cdot \dot{m}_L$$

Wasserbilanz: $\dot{m}_{W,p} + x_5 \cdot \dot{m}_L = x_1 \cdot \dot{m}_L$

$$\Rightarrow x_5 = \frac{-\dot{m}_{W,p} + x_1 \cdot \dot{m}_L}{\dot{m}_L} = \frac{0.2074 \cdot 0.0515 - 5.5556 \cdot 10^{-4}}{0.0515} = 0.1966 \ \frac{kg}{kg}$$

$$h_{1+x,1} = 1.007 \cdot 65 + 0.2074 \cdot (2500 + 1.86 \cdot 65) = 609.0297 \ \frac{kJ}{kg}$$

$$h_{1+x,5} = \frac{800 \ W - 300 \ W + 609,0297 \cdot 0.0515 \cdot 10^3 - 5.5556 \cdot 10^{-4} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \cdot 35}{0.0515} = 617156,4403 \ \frac{J}{kg}$$

$$h_{1+x,5} = 1.007 \cdot t_5 + x_5 \cdot (2500 + 1.86 \cdot t_5)$$

$$\Rightarrow t_5 = \frac{h_{1+x,5} - x_5 \cdot 2500}{1.007 + x_5 \cdot 1.86} = \frac{617156,4403 - 2500 \cdot 0.1966 \cdot 10^3}{(1.007 + 1.86 \cdot 0.1966) \cdot 10^3} = 91,5412^{\circ}C$$

Musterlösung Aufgabe 3: «Verbrennung» $\Rightarrow$ 15 Punkte

I. TEILAUFGABE A) $\Rightarrow$ 3 PUNKTE

Ideales Gas; $\lambda = 1,2$; $t_{ein} = 25\ ^{0}C$; $t_{Abgas} = 350\ ^{0}C$

Vollständige Verbrennung der einzelnen Komponenten der Gasmischung:

$\psi_{CH4} = 0,5: \ CH_4 + 2\ O_2 \longrightarrow \ CO_2 + 2\ H_2O$

$\psi_{CO2} = 0,42: \ CO_2 \longrightarrow \ CO_2$

$\psi_{H2O} = 0,045: \ H_2O \longrightarrow \ H_2O$

$\psi_{N2} = 0,02: \ N_2 \longrightarrow \ N_2$

$\psi_{O2} = 0,01: \ O_2 \longrightarrow \ O_2$

$\psi_{H2S} = 0,005: \ H_2S + 1,5\ O_2 \longrightarrow \ H_2O + SO_2$

Es verbrennen CH_4 und H_2S. Hierfür wird O_2 benötigt:

$=> \ O_{2,V} = (0,5 \cdot 2 + 0,005 \cdot 1,5)\ O_2 = 1,0075\ O_2$

In der Gasmischung befindet sich bereits O_2:

$=> \ O_{2,GM} = 0,01\ O_2$

Das fehlende O_2 wird durch $O_{2,L}$ aus der Umgebung geliefert:

$=> \ O_{2,V} = O_{2,GM} + O_{2,L}$

$<=> \ O_{2,L} = O_{2,V} - O_{2,GM} = 0,9975\ O_2$

$=> \ 0,5\ CH_4 + 0,42\ CO_2 + 0,045\ H_2O + 0,02\ N_2 + 0,005\ H_2S + (0,01\ [BS] + 0,9975\ [L])\ O_2$

$\longrightarrow \ (0,5 + 0,42)\ CO_2 + (0,5 \cdot 2 + 0,045 + 0,005)\ H_2O + 0,02\ N_2 + 0,005\ SO_2$

$\lambda = 1,2:$

$=> \ 0,5\ CH_4 + 0,42\ CO_2 + 0,045\ H_2O + 0,02\ N_2 + 0,005\ H_2S + (0,01\ [BS] + 1,2 \cdot 0,9975\ [L])\ O_2$

$\longrightarrow \ 0,92\ CO_2 + 1,05\ H_2O + 0,02\ N_2 + 0,005\ SO_2 + ((1,2 - 1) \cdot 0,9975)\ O_2$

$$N_{2,L} = 1,2 \cdot 0,9975\ \frac{mol_{O_2}}{mol_{BS}} \cdot \frac{0,79\ \frac{mol_{N_2}}{mol_L}}{0,21\ \frac{mol_{O_2}}{mol_L}} = 4,503\ \frac{mol_{N_2}}{mol_{BS}}$$

$$=>\ 0,5\ CH_4 + 0,42\ CO_2 + 0,045\ H_2O + (0,02\ [BS] + 4,503\ [L])\ N_2 + 0,005\ H_2S$$
$$+(0,01\ [BS] + 1,197\ [L])\ O_2$$
$$\longrightarrow\ 0,92\ CO_2 + 1,05\ H_2O + (0,02\ [AG] + 4,503\ [L])\ N_2 + 0,005\ SO_2 + 0,1995\ O_2$$

$$=>\ 0,5\ CH_4 + 0,42\ CO_2 + 0,045\ H_2O + 4,523\ N_2 + 0,005\ H_2S + (0,01\ [BS] + 1,197\ [L])\ O_2$$
$$\longrightarrow\ 0,92\ CO_2 + 1,05\ H_2O + 4,523\ N_2 + 0,005\ SO_2 + 0,1995\ O_2$$

$$\Delta^R h_\Theta = -(0,5 \cdot (-74,8) + 0,005 \cdot (-20,1) + 0,42 \cdot (-393,5) + 0,045 \cdot (-241,8)) + (0,92 \cdot (-393,5)$$
$$+1,05 \cdot (-241,8) + 0,005 \cdot (-296,8)) = 213,6515\ \frac{kJ}{mol} + \left(-617,394\ \frac{kJ}{mol}\right) = -403,7425\ \frac{kJ}{mol}$$
$$\Delta^u h_\Theta = -\Delta^r h_\Theta = 403,7425 \frac{kJ}{mol}$$

II. TEILAUFGABE B) $\Rightarrow$ 2 PUNKTE

$$L_{min} = \frac{O_{2,min}}{0,21} = \frac{1,197 \frac{mol\ O_2}{mol\ BS}}{0,21 \frac{mol\ O_2}{mol\ Luft}} = 5,7 \frac{mol\ Luft}{mol\ BS}$$

III. TEILAUFGABE C) $\Rightarrow$ 3 PUNKTE

$$\psi_{O_2,Abgas} = \frac{\nu_{O_2,Abgas}}{\sum \nu_{i,Abgas}}$$
$$\sum \nu_{i,Abgas} = 0,92 + 1,05 + 0,1995 + 4,523 + 0,005 = 6,6975\ \frac{mol\ Abgas}{mol\ BS}$$
$$\Rightarrow \psi_{O_2,Abgas} = \frac{0,1995\ \frac{mol\ O_2}{mol\ BS}}{6,6975\ \frac{mol\ Abgas}{mol\ BS}} = 0,0298\ \frac{mol\ O_2}{mol\ Abgas}$$

IV. TEILAUFGABE D) $\Rightarrow$ 4 PUNKTE

Nutzbarer Wärmestrom:

$$\dot{Q} = \dot{n} \cdot (\Delta^R h_\Theta + \sum(\nu_{Prod.i} \cdot c_{p,Prod.,i} \cdot (T_{Abgas} - T_\Theta)))$$

$\sum(\nu_i \cdot c_{p,i}) = 216,2061\ \frac{J}{mol \cdot K}$ bezogen auf ein Mol Biogas zwischen $25°C$ und $350°C$

$$\dot{n} = \frac{\dot{V}}{v_N} = \frac{400\ \frac{m^3}{h}}{22,414\ \frac{m^3}{kmol}} = 4,9572\ \frac{mol}{s}$$

$$\Rightarrow\ Q = -1653,1048\ kW$$

V. TEILAUFGABE E) $\Rightarrow$ 3 PUNKTE

gesucht: $\dot{Q}*_{ab}$

$$\dot{Q}*_{ab} = \dot{n}_{AG} \cdot \left. c_{p,AG}\right|_{t_2}^{t_{Abgas}} \cdot (t_2 - t_{Abgas})$$

$t_2 = 180\ ^0C$

$\dot{n}_{AG} = \sum \nu_{i,Abgas} \cdot \dot{n}_{BS} = 33,2008\ \frac{mol_{AG}}{s}$

$$\left. c_{p,AG}\right|_{t_2}^{t_{Abgas}} = \left. c_{p,AG}\right|_{180}^{350} = \Sigma(\psi_{AG,i} \cdot \left. c_{p,i}\right|_{180}^{350})$$

$$\psi_{AG,i} = \frac{y_{P,i}}{y_{AG}}$$

$$=> \ \psi_{AG,CO_2} = \frac{y_{P,CO_2}}{y_{AG}} = \frac{0,92\ \frac{mol_{CO_2}}{mol_{BS}}}{6,6975\ \frac{mol_{AG}}{mol_{BS}}} = 0,1374\ \frac{mol_{CO_2}}{mol_{AG}}$$

$$=> \ \psi_{AG,H_2O} = 0,1568\ \frac{mol_{H_2O}}{mol_{AG}}$$

$$=> \ \psi_{AG,N_2} = 0,6753\ \frac{mol_{N_2}}{mol_{AG}}$$

$$=> \ \psi_{AG,SO_2} = 0,0007\ \frac{mol_{SO_2}}{mol_{AG}}$$

$$=> \ \psi_{AG,O_2} = 0,0298\ \frac{mol_{O_2}}{mol_{AG}}$$

$$\left. c_{p,i}\right|_{180}^{350} = \frac{\left. c_{p,i}\right|_{25}^{350} \cdot (350 - 25) - \left. c_{p,i}\right|_{25}^{180} \cdot (180 - 25)}{(350 - 180)}$$

$$=> \ \left. c_{p,CO_2}\right|_{180}^{350} = \frac{\left. c_{p,CO_2}\right|_{25}^{350} \cdot (350 - 25) - \left. c_{p,CO_2}\right|_{25}^{180} \cdot (180 - 25)}{(350 - 180)} = 45,6591\ \frac{J}{mol_{CO_2} \cdot K}$$

$$=> \ \left. c_{p,H_2O}\right|_{180}^{350} = 35,6505\ \frac{J}{mol_{H_2O} \cdot K}$$

$$=> \ \left. c_{p,N_2}\right|_{180}^{350} = 29,7831\ \frac{J}{mol_{N_2} \cdot K}$$

$$=> \ \left. c_{p,SO_2}\right|_{180}^{350} = 47,4932\ \frac{J}{mol_{SO_2} \cdot K}$$

$$=> \ \left. c_{p,O_2}\right|_{180}^{350} = 31,4756\ \frac{J}{mol_{O_2} \cdot K}$$

$$=> \ \left. c_{p,AG}\right|_{180}^{350} = 0,1374\ \frac{mol_{CO_2}}{mol_{AG}} \cdot 45,6591\ \frac{J}{mol_{CO_2} \cdot K} + 0,1568\ \frac{mol_{H_2O}}{mol_{AG}} \cdot 35,6505\ \frac{J}{mol_{H_2O} \cdot K}$$
$$+ 0,6753\ \frac{mol_{N_2}}{mol_{AG}} \cdot 29,7831\ \frac{J}{mol_{N_2} \cdot K} + 0,0007\ \frac{mol_{SO_2}}{mol_{AG}} \cdot 47,4932\ \frac{J}{mol_{SO_2} \cdot K}$$
$$+ 0,0298\ \frac{mol_{O_2}}{mol_{AG}} \cdot 31,4756\ \frac{J}{mol_{O_2} \cdot K} = 32,9473\ \frac{J}{mol_{AG} \cdot K}$$

$$=> \ \dot{Q}*_{ab} = -185,959\ kW$$