

Musterlösung Aufgabe 1: «Ideales Gas»

I. TEILAUFGABE A) ⇒ 4 PUNKTE

1. H.S.:

$$\text{rev. adiabat: } w_{12,rev.ad.} = \Delta u = c_v \cdot (T_a - T_1)$$

$$\text{irrev. adiabat: } w_{12,rev.ad.} + w_{12,diss.} = \Delta u = c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\text{für rev. adiabate Zustandsänderung gilt: } p \cdot v^\kappa = \text{const}$$

$$\text{mit } p \cdot v = m \cdot R \cdot T \Rightarrow T \cdot V^{\kappa-1} = \text{const}$$

$$R = c_p - c_v \Rightarrow c_v = c_p - \frac{R_m}{M} = 1.0369 \left(\frac{kJ}{kg \cdot K} \right) - \frac{8.314472 \left(\frac{kJ}{kmol \cdot K} \right)}{28.2 \left(\frac{kg}{kmol} \right)} = 0.74206 \left(\frac{kJ}{kg \cdot K} \right)$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{1.0369}{0.74206} = 1.3973$$

$$T_1 \cdot V_1^{\kappa-1} = T_a \cdot V_2^{\kappa-1} \Rightarrow T_a = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1}$$

$$T_a = (140 + 273.15) \cdot \left(\frac{0.35}{0.85} \right)^{1.3973-1} = 290.4075 \text{ K} = 17.26 \text{ }^\circ\text{C}$$

oder einfach:

$$\text{für ideales Gas gilt } p \cdot V = m \cdot R \cdot T \Rightarrow$$

$$\text{Zustand 1: } p_1 \cdot V_1 = m_1 \cdot R \cdot T_1$$

$$\text{Zustand 2*: } p_a \cdot V_2 = m_2 \cdot R \cdot T_a$$

$$\text{Da } m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot M}{R_m \cdot T_1} = \frac{p_a \cdot V_2 \cdot M}{R_m \cdot T_a} \Rightarrow T_a = \frac{p_a \cdot V_2 \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1}$$

$$T_a = \frac{1.013 \cdot 0.85 \cdot (140 + 273.15)}{3.5 \cdot 0.35} = 290.40 \text{ K} = 17.26 \text{ }^\circ\text{C}$$

II. TEILAUFGABE B) ⇒ 3 PUNKTE

$$\Delta u_{rev} = c_v \cdot (T_a - T_1) \Rightarrow \Delta u_{rev} = 0.74206 \cdot (290.40 - (140 + 273.15)) = -91.08 \left(\frac{kJ}{kg} \right)$$

$$\Delta u_{irrev.} = \frac{1}{2} \cdot \Delta u_{rev} = \frac{1}{2} \cdot -91.08 = -45.54 \left(\frac{kJ}{kg} \right)$$

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot M}{R_m \cdot T_1} = \frac{3.5 \cdot 10^5 \cdot 0.35 \cdot 28.2}{8.314472 \cdot 10^3 \cdot (140 + 273.15)} = 1.0056 \text{ (kg)} \Rightarrow$$

$$\Delta U_{irrev.} = m \cdot \Delta u_{irrev} = 1.0056 \cdot (-45.54) = -45.8 \text{ (kJ)}$$

III. TEILAUFGABE C) 3 PUNKTE

$$\Delta u_{irrev} = c_v \cdot (T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 = \frac{\Delta u_{irrev}}{c_v} + T_1$$

$$T_2 = \frac{-45.54}{0.74206} + (140 + 273.15) = 351.78 \text{ K} = 78.6 \text{ °C}$$

$$p_2 = \frac{m \cdot R_m \cdot T_2}{M \cdot V_2} = \frac{1.0056 \cdot 8.314472 \cdot 10^3 \cdot 351.78}{28.2 \cdot 0.85} = 122705 \text{ Pa} = 1.23 \text{ bar}$$

IV. TEILAUFGABE D) ⇒ 2 PUNKTE

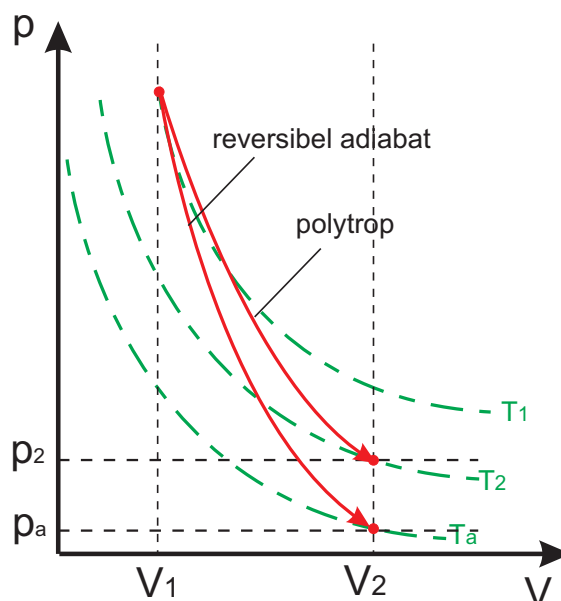
polytrope ZÄ:

$$p \cdot v^n = \text{const} \Rightarrow p_1 \cdot V_1^n = p_2 \cdot V_2^n$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^n \Rightarrow \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = n \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \Rightarrow$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)}{\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} \Rightarrow n = \frac{\ln\left(\frac{3.5}{1.23}\right)}{\ln\left(\frac{0.85}{0.35}\right)} = 1.1813$$

V. TEILAUFGABE E) ⇒ 2 PUNKTE



III. TEILAUFGABE C) 6 PUNKTE

$$\dot{Q}_{zu} = \dot{Q}_{22'} + \dot{Q}_{2'3}$$

$$\dot{Q}_{22'} = \dot{m}_w \cdot \Delta h_{22'} = \dot{Q}_{RG, T_{aus}, 2^*} = \dot{m}_{RG} \cdot c_{pRG} \cdot (T_{2^*} - T_{aus})$$

$$\dot{Q}_{2'3} = \dot{m}_w \cdot \Delta h_{2'3} = \dot{Q}_{RG, 2^*, T_{ein}} = \dot{m}_{RG} \cdot c_{pRG} \cdot (T_{ein} - T_{2^*})$$

$$T_{2^*} = T_{2'} + \Delta T \quad (T_{2'} = T_s(35 \text{ bar}))$$

$$= 242.56 + 15 \text{ K} = 257.56 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q}_{22'} = \dot{m}_w \cdot \Delta h_{22'} = \dot{m}_w \cdot (h_{2'} - h_2)$$

$$\eta_{s,V} = \frac{w_{ts,12}}{w_{t,12}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}$$

$$s_{2s} = s_1 = s'(0.00738 \text{ bar}, 40 \text{ }^\circ\text{C}) = 0.5724 \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$$

$$h_{2s} = h(p_2, s_{2s}, \text{homogenes Fluid})$$

⇒ Interpolation:

$$h_{2s} = 170.63 + \frac{(174.80 - 170.63)}{(0.5844 - 0.5711)} \cdot (0.5724 - 0.5711) = 171.0376 \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$$

$$h_2 = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_{s,V}} + h_1 = \frac{171.0376 - 167.54}{0.9} + 167.54 = 171.42 \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$$

$$\dot{Q}_{22'} = 300 \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right) \cdot (1049.78 - 171.42) \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) = 263508 \text{ (kW)}$$

$$\dot{Q}_{22'} = \dot{m}_{RG} \cdot c_{pRG} \cdot (T_{2^*} - T_{aus})$$

$$\Rightarrow \dot{m}_{RG} = \frac{\dot{Q}_{22'}}{c_{pRG} \cdot (T_{2^*} - T_{aus})} = \frac{263508 \text{ (kW)}}{1.16 \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right) \cdot (257.56 \text{ }^\circ\text{C} - 80 \text{ }^\circ\text{C})} = 1279.35 \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right)$$

$$\dot{Q}_{2'3} = \dot{m}_w \cdot \Delta h_{2'3} = \dot{m}_w \cdot (h_3 - h_{2'}) = 300 \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right) \cdot (3713.16 - 1049.78) \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) = 799014 \text{ (kW)}$$

$$T_{ein} = \frac{\dot{Q}_{2'3}}{\dot{m}_{RG} \cdot c_{pRG}} + T_{2^*} = \frac{799014 \text{ (kW)}}{1279.35 \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right) \cdot 1.16 \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)} + 530.71 \text{ K} = 795.96 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q}_{zu} = \dot{Q}_{22'} + \dot{Q}_{2'3} = 263508 \text{ (kW)} + 799014 \text{ (kW)} = 1062522 \text{ (kW)}$$

IV. TEILAUFGABE D) ⇒ 2 PUNKTE

$$P_{Nutz} = P_{12} + P_{34} = \dot{m}_w \cdot (w_{t,12} + w_{t,34})$$

$$P_{Nutz} = 300 \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right) \cdot ((171.42 - 167.54) + (2438.93 - 3713.16)) \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) = -381105 \text{ (kW)}$$

V. TEILAUFGABE E) ⇒ 3 PUNKTE

$$\eta_{ex} = \frac{\dot{E}_{Nutzen}}{\dot{E}_{Aufwand}} = \frac{|P_{Nutz}|}{|\dot{E}_{RG}|}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_{RG} &= \dot{m}_{RG} \cdot [(h_{RG,aus} - h_{RG,ein}) - T_a \cdot (s_{RG,aus} - s_{RG,ein})] \\ &= \dot{m}_{RG} \cdot c_{p,RG} \cdot \left[(T_{RG,aus} - T_{RG,ein}) - T_a \cdot \ln\left(\frac{T_{RG,aus}}{T_{RG,ein}}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_{RG} &= 1279.35 \left(\frac{kg}{s}\right) \cdot 1.16 \left(\frac{kJ}{kg \cdot K}\right) \cdot \left[(80 - 795.96)K - 298.15K \cdot \ln \frac{(80 + 273.15)K}{(795.96 + 273.15)K} \right] \\ &= -572400 \text{ (kW)} \end{aligned}$$

$$\eta_{ex} = \frac{|-381105 \text{ (kW)}|}{572400 \text{ (kW)}} = 66.58 \%$$

VI. TEILAUFGABE F) ⇒ 2 PUNKTE

$$\begin{aligned} \dot{E}_{zu,RG} &= \dot{m}_{RG} \cdot [(h_{RG,ein} - h_u) - T_a \cdot (s_{RG,ein} - s_a)] \\ &= \dot{m}_{RG} \cdot c_{p,RG} \cdot \left[(T_{RG,ein} - T_a) - T_a \cdot \ln\left(\frac{T_{RG,ein}}{T_a}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_{RG} &= 1279.35 \left(\frac{kg}{s}\right) \cdot 1.16 \left(\frac{kJ}{kg \cdot K}\right) \cdot \left[(795.96 - 25)K - 298.15K \cdot \ln \frac{(795.96 + 273.15)K}{(25 + 273.15)K} \right] \\ &= 579114,66 \text{ (kW)} \end{aligned}$$

$$\eta_{ex,total} = \frac{|\dot{E}_{Nutz}|}{\dot{E}_{RG,bereitgestellt}} = \frac{|-381105 \text{ (kW)}|}{579114,66 \text{ (kW)}} = 65.81 \%$$

Musterlösung Aufgabe 3: «Phasengleichgewichtsmessung»

I. TEILAUFGABE A) ⇒ 3 PUNKTE

Flüssigkeitsspiegel ist bei 180°C am niedrigsten → Zustandspunkt bei 180°C wird betrachtet:

$$\begin{aligned} m &= m' + m'' = \rho' \cdot V' + \rho'' \cdot V'' = \rho' \cdot 0,1 \cdot V + \rho'' \cdot 0,9 \cdot V \\ &= 562,85 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,1 \cdot 0,0012 \text{ m}^3 + 45,549 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,9 \cdot 0,0012 \text{ m}^3 = 0,1167 \text{ kg} \end{aligned}$$

Diese Masse muss mindestens eingefüllt werden.

II. TEILAUFGABE B) ⇒ 2 PUNKTE

Volumenänderung im Einfüllzylinder: $\Delta V = A \cdot \Delta s$

$$\Delta V = \frac{m}{\rho(T_u, p_u)} = \frac{0,1167 \text{ kg}}{790,27 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,0001477 \text{ m}^3, \quad A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0,1 \text{ m})^2}{4} = 0,007854 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow \Delta s = \frac{\Delta V}{A} = 0,0188 \text{ m}$$

III. TEILAUFGABE C) ⇒ 3 PUNKTE

Zustandspunkt bei T_u :

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{Zelle}}} = \frac{0,1167 \text{ kg}}{0,0012 \text{ m}^3} = 97,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

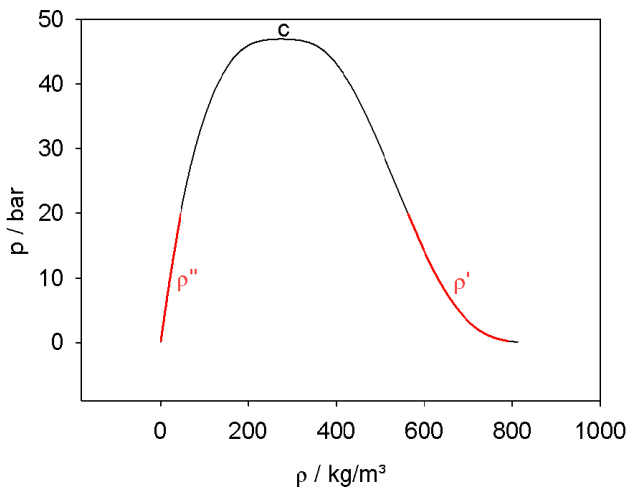
$$\text{Massenanteil Dampf: } x = \frac{\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho'}}{\frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'}} = \frac{\frac{1}{97,25} - \frac{1}{790,19}}{\frac{1}{0,601} - \frac{1}{790,19}} = 0,0054$$

$$\Rightarrow \text{Massenanteil Flüssigkeit: } 1 - x = 0,9946$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{V' \cdot \rho' + V'' \cdot \rho''}{V} = (1 - w) \cdot \rho' + w \cdot \rho'' \quad \Rightarrow \quad w = \frac{\rho - \rho'}{\rho'' - \rho'}$$

$$\text{Volumenanteil Dampf: } w = \frac{97,25 - 790,19}{0,601 - 790,19} = 0,8776$$

$$\Rightarrow \text{Volumenanteil Flüssigkeit: } 1 - w = 0,1224$$

IV. TEILAUFGABE D) ⇒ 2 PUNKTE

V. TEILAUFGABE E) ⇒ 1 PUNKTE

Masse um kritische Dichte zu erhalten: $m_c = \rho_c \cdot V_{Zelle} = 272,97 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,0012 \text{ m}^3 = 0,3276 \text{ kg}$

$$\Rightarrow \Delta m = m_c - m = 0,3276 \text{ kg} - 0,1167 \text{ kg} = 0,2109 \text{ kg}$$

VI. TEILAUFGABE F) ⇒ 5 PUNKTE

1. HS: $W_{1c} + Q_{1c} = m_c \cdot (u_c - u_1)$ mit $W_{1c}=0$ ($v=\text{const.}$)

$$\begin{aligned} \Rightarrow Q_{1c} &= m_c \cdot [(h_c - p_c v) - (h_1 - p_1 v)] = m_c \cdot [h_c - h_1 - (p_c - p_1) \cdot v] \\ &= m_c \cdot (h_c - h_1) - V_{Zelle} \cdot (p_c - p_1) \end{aligned}$$

Zustand 1: $\rho_1 = \rho_c = 272,97 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$$x_1 = \frac{\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho'}}{\frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'}} = \frac{\frac{1}{272,97} - \frac{1}{790,19}}{\frac{1}{0,601} - \frac{1}{790,19}} = 0,0014$$

$$h_1 = h' + x_1 \cdot (h'' - h') = [-78,623 + 0,0014 \cdot (460,6 - (-78,623))] \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = -77,868 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$p_1 = 0,247 \text{ bar}$$

Zustand c: $h_c = 544,34 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$; $p_c = 46,924 \text{ bar}$

$$\Rightarrow Q_{1c} = 0,3276 \text{ kg} \cdot (544,34 - (-77,868)) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 0,0012 \text{ m}^3 \cdot (4692,4 - 24,7) \text{ kPa} = 198,2 \text{ kJ}$$