Musterlösung Aufgabe 1: «Atmosphären-Messsystem»

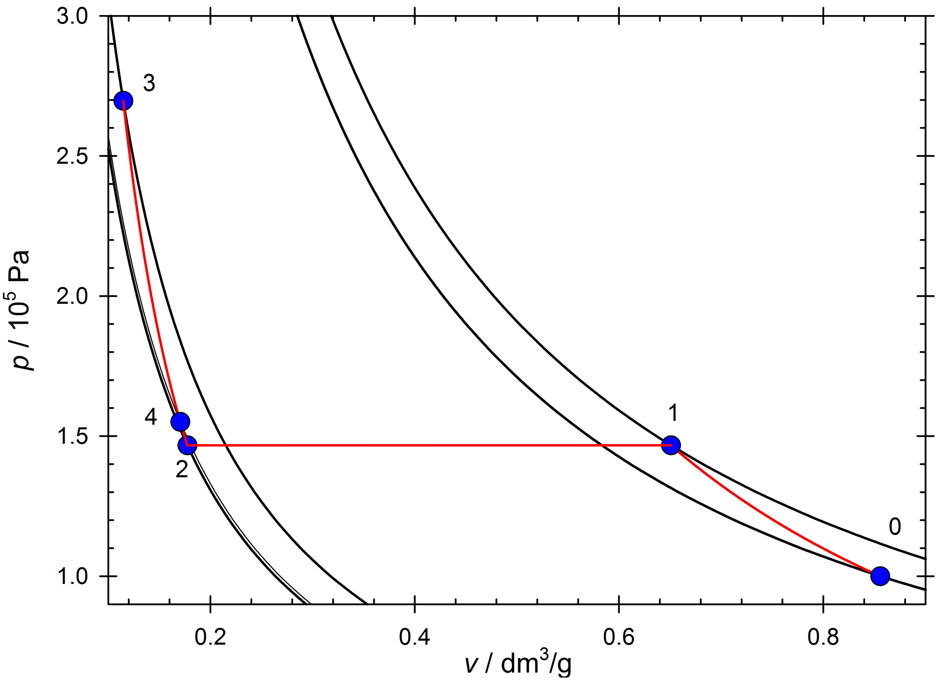
a) Stellen Sie die Zustandsänderungen 0 bis 4 in Kammer A in einem p, v- Diagramm dar.

$0 \rightarrow 1$: adiabate Kompression

$1 \rightarrow 2$: isobar Wärmeabfuhr

$2 \rightarrow 3$: adiabat Kompressions

$3 \rightarrow 4$: adiabat Expansion



b) Berechnen Sie die Temperatur und den Druck auf der Titanatmosphäre.

Da die Öffnung noch nicht geschloßen ist, fungiert die Titanatmosphäre als Reservoir, folglich befindet sich Kammer B stets im thermodynamischen Gleichgewicht mit der Atmosphäre. Die Zustandsänderung 0 → 1 verläuft in der Kammer A adiabat. Aus der angegebenen Volumenänderung ergibt sich der Druck p_{1A} *zu*

$$p_{A1} = p_{A0} \left(\frac{V_{A0}}{V_{A1}}\right)^{\kappa_A}$$

$$p_{A1} = 1\ bar \left(\frac{1}{0,7605}\right)^{1.4}$$

$$p_{A1} = 1,407\ bar\ .$$

Zusätzlich stellt sich durch diese Kompression in Kammer A die Temperatur T_{A2} ein

$$
\begin{aligned}
T_{A1} &= T_{A0} \left(\frac{V_{A0}}{V_{A1}}\right)^{\kappa_A - 1} \\
T_{A1} &= 298,15\ K \left(\frac{1}{0,7605}\right)^{0,4} \\
T_{A1} &= 332,659 K \qquad (59.509°C)\ .
\end{aligned}
$$

Da nun die Membrane für Wärme durchlässig wird, stellt sich neben dem mechanischen Druckgleichgewicht auch ein thermisches Temperaturgleichgewicht zwischen den beiden Kammern ein. Die Zustandsänderung 1 → 2 in Kammer A verläuft isobar

$$
\begin{aligned}
T_{A2} &= T_{1A}\ \frac{V_{A2}}{V_{A1}} \\
T_{A2} &= 332,659\ K \cdot 0,2830 \\
T_{A2} &= 94,143\ K \qquad (-179,008°C)\ .
\end{aligned}
$$

c) Beschreiben Sie qualitativ, wie sich die Temperaturen in den beiden Kammern während der Zustandsänderungen 2 → 3 sowie 3 → 4 jeweils ändern.

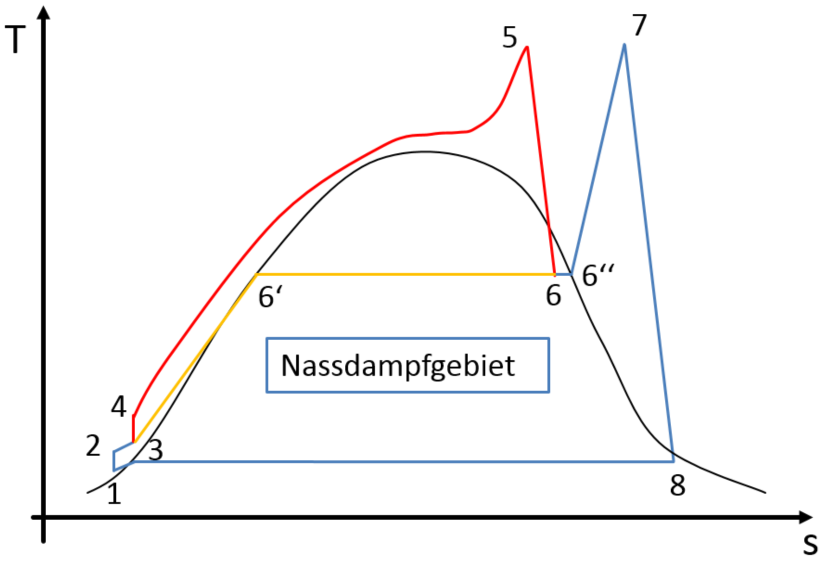
Da die Arretierung geschlossen und die Membrane für Wärme undurchlässig ist, ändert sich der Zustand in Kammer B von 2 → 3 nicht. Kammer A wird adiabat komprimiert und die Temperatur steigt an. Da die Arretierung von 3 → 4 geöffnet wird, kommt es zum Druckausgleich zwischen den Kammern, ein Temperaturausgleich wird jedoch duch die undurchlässige Membrane unterbunden. Das Volumen der Kammer A vergrößert sich, folglich sinkt die Temperatur hier ab. Die Kammer B wird dadurch komprimiert, demnach steigt hier die Temperatur an.

d) Begründen Sie, ob sich die Position der Membrane verändern würde, wenn diese nach Zustand 4 für Wärme durchlässig gemacht wird.

Da die Membrane während der Änderung 3 → 4 für Wärme undurchlässig war, ist qualitativ zu erwarten, dass sich beide Kammern nicht auf dem selben Temperaturniveau befinden, folglich kommt es zu einem Wärmeausgleich zwischen den beiden Kammern. Um das thermodynamische Gleichgewicht zwischen beiden Kammern herzustellen, muss sich die Membrane folglich bewegen.

Musterlösung Aufgabe 2: «Dampfkraftwerk»

Teilaufgabe a) $\Rightarrow$ 5 Punkte



Teilaufgabe b) $\Rightarrow$ 10 Punkte

$h_6' = h'(p = 1,5\ \text{MPa}) = 844,56\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$\dot{Q}_{45} = 1000\ \text{MW} = \dot{m}_{HD} \cdot (h_5 - h_4)$

$\dot{m}_{HD} = \dfrac{\dot{Q}_{45}}{h_5 - h_4}$

$h_5 = 3443,4\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$s_2 = s_1 = 0,42294\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$

$h_2 = h(s_1; 1,5\ \text{MPa}) = \dfrac{0,42294 - 0,29617}{0,4363 - 0,29617} \cdot (127,10 - 85,323) + 85,323 = 123,12\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$\dot{H}_3 = \dot{H}_2 + \dot{H}_6' \qquad \Rightarrow \qquad \dot{m}_{HD} \cdot h_3 = \dot{m}_{ND} \cdot h_2 + \dot{m}_{6.fl.} \cdot h_6'$

$\dot{m}_{HD} \cdot h_3 = 0,99 \cdot \dot{m}_{HD} \cdot h_2 + 0,01 \cdot \dot{m}_{HD} \cdot h_6' \qquad \Rightarrow \qquad h_3 = 0,99 \cdot h_2 + 0,01 \cdot h_6' = 130,33\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$s_4 = s_3 = \dfrac{130,33 - 127,10}{168,86 - 127,10} \cdot (0,57182 - 0,43630) + 0,43630 = 0,44679\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$

$h_4 = h(s_3; 24\ \text{MPa}) = \dfrac{0,44679 - 0,42926}{0,56304 - 0,42926} \cdot (188,66 - 147,44) + 147,44 = 152,84\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$\dot{m}_{HD} = \dfrac{1000000\ \text{kW}}{3443,4\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 152,84\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 303,90\ \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

Teilaufgabe c) $\Rightarrow$ 3 Punkte

$\eta_{sT,56} = \dfrac{h_6 - h_5}{h_{6s} - h_5}$

$h_6 = x_6(h'' - h') + h' = 2771,54\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$s_5 = 6,3221\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$

$h_{6s} = \frac{s_5 - s'}{s'' - s'} + (h'' - h') + h' = 2734,00\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$\eta_{sT,56} = 0,947$

Teilaufgabe d) $\Rightarrow$ 4 Punkte

$\eta_{sT,78} = \frac{h_8 - h_7}{h_{8s} - h_7} \qquad \Rightarrow \qquad h_8 = \eta_{sT,78}(h_{8s} - h_7) + h_7$

$h_7 = 3650,1\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \qquad ; \qquad s_7 = s_{8s} = 7,7888\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$

$h_{8s} = \frac{s_7 - s'}{s'' - s'} + (h'' - h') + h' = 2419,53\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$h_8 = \eta_{sT,78}(h_{8s} - h_7) + h_7 = 2481,06\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$h' < h_8 < h'' \qquad \Rightarrow \qquad$ 2 Phasengebiet

Teilaufgabe e) $\Rightarrow$ 13 Punkte

$\eta_{th} = \frac{|P_{Nutz}|}{\dot{Q}_{zu}}$

$\dot{Q}_{zu} = \dot{Q}_{45} + \dot{Q}_{6''7} = 1000000\ \text{kW} + 0,99 \cdot \dot{m}_{HD}(h_7 - h''_6) = 1258,5\ \text{MW}$

$\dot{P}_{Nutz} = \dot{P}_{12} + \dot{P}_{34} + \dot{P}_{56} + \dot{P}_{78} = \dot{m}_{HD}(0,99(h_2 - h_1) + (h_3 - h_4) + (h_6 - h_5) + 0,99(h_8 - h_7)) = -548,4\ \text{MW}$

$\dot{P}_{Nutz} = (468,43 + 6840,43 - 204179,37 - 351558,3)\ \text{kW} = -548,4\ \text{MW}$

$\eta_{th} = \frac{|-548,4\ \text{MW}|}{1258,5\ \text{MW}} = 0,436$

$\eta_{ex} = \frac{|P_{Nutz}|}{\dot{E}_{zu}}$

$\dot{E}_{zu} = \dot{E}_{45} + \dot{E}_{6''7}$

$\dot{E} = \dot{Q}(1 - \frac{T_a}{T_m}) \qquad \text{mit:} \qquad T_m = \frac{\Delta h}{\Delta s}$

$T_{m,45} = \frac{h_5 - h_4}{s_5 - s_4} = 560,07\ \text{K} \qquad \Rightarrow \qquad \dot{E}_{45} = 482203,33\ \text{kW}$

$T_{m,6''7} = \frac{h_7 - h''_6}{s_7 - s''_6} = 638,36\ \text{K} \qquad \Rightarrow \qquad \dot{E}_{6''7} = 141048,90\ \text{kW}$

$\dot{E}_{zu} = 623,3\ \text{MW}$

$\eta_{ex} = \frac{|-548,6\ \text{MW}|}{623,3\ \text{MW}} = 0,88$

Musterlösung Aufgabe 3: «Stahltonne»

Teilaufgabe a) $\Rightarrow$ 4 Punkte

Massenanteil & Volumentanteil

Volumen Tonne: $V_T = \frac{\pi}{4} D^2 \cdot H = 196,3495 \ dm^3$

Flüssiges Wasser im Umgebungszustand (1): $m_{Wasser} = 0,1 \cdot V_T \cdot \rho_{W,u} = 19,6 \ kg$

Zweiphasiger Zustand (2) bei 1,02 bar: $\rho_{ges} = m/V_T = 99,821 \ kg/m^3$

$$x_2 = \frac{1/\rho - 1/\rho'}{1/\rho'' - 1/\rho'} = 0,0054$$

$$\omega_2 = \frac{\rho - \rho'}{\rho'' - \rho'} = 0,8964$$

Teilaufgabe b) $\Rightarrow$ 2 Punkte

Wärmemenge: $Q = m(h_2 - h_1)$

$h_2 = h' + x_2(h'' - h') = 432,023 \ kJ/kg$

$\Rightarrow \quad Q = 6821,03 \ kJ$

Teilaufgabe c) $\Rightarrow$ 4 Punkte

Wärmestrom: Zustandsänderung (isotherm = isobar) im NDG bei 1,02 bar

Entnommener Dampf: $\dot{m}_{Dampf} = \dot{V}_{Dampf} \cdot \rho''(1,02 \ bar) = 0,01804 \ kg/s$

Änderung des Flüssigkeitsvolumens:

$$\Delta V_{Fl.,23} = V_{Fl.,3} - V_{Fl.,2} = (w_{Fl.,3} - w_{Fl.,2}) V_{ges} = \left(\frac{\rho_3 - \rho''}{\rho' - \rho''} - \frac{\rho_2 - \rho''}{\rho' - \rho''} \right) V_{ges} = \frac{m_3 - m_2}{\rho' - \rho''} = \frac{m_{Dampf}}{\rho' - \rho''}$$

$$\Rightarrow \ \Delta \dot{m}_{Fl.} = \Delta \dot{V}_{Fl.} \cdot \rho' = \frac{\dot{m}_{Dampf}}{\rho' - \rho''} \cdot \rho' = 1,88397 \cdot 10^{-5} \ m^3/s \cdot 958,23 \ kg/m^3 = 18,0527 \ g/s$$

$$\dot{Q} = \Delta \dot{m}_{Fl.} (h'' - h') = 40,7262 \ kW$$

Teilaufgabe d) $\Rightarrow$ 4 Punkte

Zeit bis nur noch halber Liter (3): $V_{Fl.} = 0,5 \ dm^3$; $V_{Dampf} = 195,8495 \ dm^3$

$m_{ges,3} = V_{Fl.} \rho' + V_{Dampf} \rho'' = 0.596895 \ kg$

$m_{raus} = m_0 - m_{ges,3} = 19,0029 \ kg$

$t = m_{raus} / \dot{m}_{Dampf} = 1053,295 \ sec = 17,5549 \ min$

Teilaufgabe e) $\Rightarrow$ 6 Punkte

Zeit bis einphasig, also dampfförmig:

isochore ZÄ: $Q = m(u_3 - u_2)$

$\rho_3 = \rho_4 = m_3/V_T = 3,03996\ kg/m^3$

$x_3 = \dfrac{1/\rho - 1/\rho'}{1/\rho'' - 1/\rho'} = 0,19732$

$u_3 = u' + x_2(u'' - u') = 831,4346\ kJ/kg$

Interpolation des Zustands auf der Taulinie (4) unter Verwendung von ρ_3:

$u_4 = 2564,7082\ kJ/kg$ und $t_4 = 156,6°C$

$\Rightarrow\ Q = 1034,5821\ kJ \quad \Rightarrow \quad t = Q/\dot{Q} = 25,4\ sec$

Teilaufgabe f) $\Rightarrow$ 1 Punkte

Implosion? Bei Runterkühlung auf Umgebungstemperatur würde der Siededruck 0,023393 bar betragen. Zulässiger Unterdruck von 0,08 MPa ergibt einen Absolutdruck von 0,22 bar (unter Berücksichtigung des Außendrucks von 1,02 bar).

$\rightarrow$ Die Tonne würde implodieren.

Teilaufgabe g) $\Rightarrow$ 4 Punkte

$\log(p), v$-Diagramm