Musterlösung Aufgabe 1: «Pipeline: Ideales Gas»

I. TEILAUFGABE A)

$$\kappa = \frac{c_\mathrm{p}}{c_\mathrm{v}}$$

$$R_\mathrm{CH4} = \frac{R_m}{M_\mathrm{CH4}} = \frac{8,31446\ \frac{kJ}{kmol\ \ K}}{16,04\ \frac{kg}{kmol}} = 0,5184\ \frac{kJ}{kg\ \ K}$$

$$c_\mathrm{p} = c_\mathrm{v} + R_\mathrm{CH4} = 1,7\ \frac{kJ}{kg\ \ K} + 0,5184\ \frac{kJ}{kg\ \ K} = 2,2184\ \frac{kJ}{kg\ \ K}$$

$$\Rightarrow \kappa = 1,3049$$

II. TEILAUFGABE B)

$$P_\mathrm{Komp.} = \dot{m}\ w_\mathrm{t}$$

$$w_\mathrm{t} = \frac{\kappa\ R_\mathrm{CH4}\ T_1}{\kappa - 1}\ \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1\right] = \frac{1,3049 \cdot 0,5184\ \frac{kJ}{kg\ \ K} \cdot 303,15\ K}{1,3049 - 1}\ \left[\left(\frac{100}{80}\right)^{\frac{1,3049-1}{1,3049}} - 1\right] = 35,995\ \frac{kJ}{kg}$$

$$\dot{m} = \frac{P_\mathrm{Komp.}}{w_\mathrm{t}} = \frac{500\ kW}{35,995\ \frac{kJ}{kg}} = 13,891\ \frac{kg}{s}$$

III. TEILAUFGABE C)

Sowohl eine isotherme Zustandsänderung als auch eine polytrope Zustandsänderung mit $\dot{Q} < 0$ würden bei gleicher Leistungsaufnahme und gleicher Druckerhöhung eine höhere Fördermenge erlauben. Der Verdichter müsste also in beiden Fällen gekühlt werden.

IV. TEILAUFGABE D)

$$p_3 = 0,9 \cdot p_2 = 90 \text{ bar}$$

$$v_3 = 1,06 \cdot v_2$$

$$\left(\frac{v_2}{v_3}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{v_2}{v_3}\right)^{n} = \frac{p_3}{p_2} \quad \Leftrightarrow \quad n \cdot ln\left(\frac{v_2}{v_3}\right) = ln\left(\frac{p_3}{p_2}\right) \quad \Leftrightarrow \quad n = \frac{ln\left(\frac{p_3}{p_2}\right)}{ln\left(\frac{v_2}{v_3}\right)}$$

$$n = \frac{ln\,(0,9)}{ln\left(\frac{1}{1,06}\right)} = 1,8082$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad \Leftrightarrow \quad T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 319,376\ K$$

$$T_3 = T_2 \cdot \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} = 319,376\ K \cdot 0,9^{\frac{1,8082-1}{1,8082}} = 304,685\ K$$

V. TEILAUFGABE E)

$$\Delta s_{23} = \int \left(\frac{dh - vdp}{T}\right) \quad \text{mit idealem Gas} \quad \Delta s_{23} = c_p \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) - R_{\text{CH4}} \ln\left(\frac{p_3}{p_2}\right)$$

$$\Delta s_{23} = 2,2184\ \tfrac{kJ}{kg\ K} \cdot \ln\left(\frac{304,685}{319,376}\right) - 0,5184\ \tfrac{kJ}{kg\ K} \cdot \ln(0,9) = -0,04985\ \tfrac{kJ}{kg\ K}$$

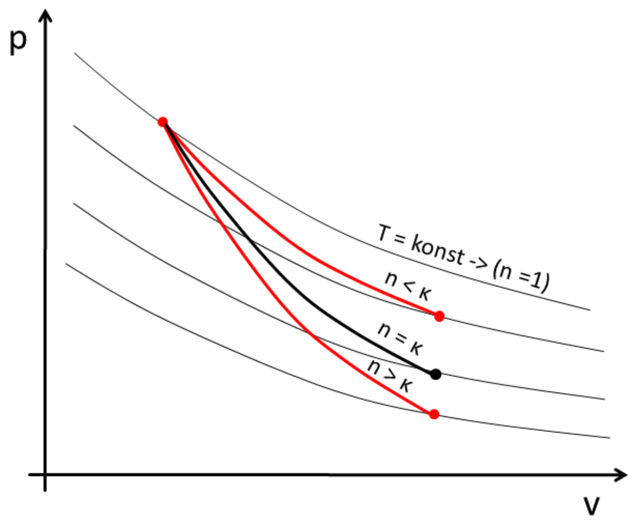
$$\Delta e_{23} = \Delta h_{23} - T_a \cdot \Delta s_{23} = c_p(T_3 - T_2) - T_a \cdot \Delta s_{23}$$

$$\Delta e_{23} = 2,2184\ \tfrac{kJ}{kg\ K} \cdot (304,685 - 319,376)\ K - 298,15\ K \cdot (-0,04985)\ \tfrac{kJ}{kg\ K} = -17,727\ \tfrac{kJ}{kg}$$

Die Entropie sinkt, weil Wärme abgegeben wird.

VI. TEILAUFGABE F)

Bei einer Expansion mit $n = \kappa$ wird keine Wärme übertragen. Ist $n > \kappa$ kühlt das Gas stärker ab, es muss also Wärme abgegeben werden. Bei einer polytropen Expansion mit $n < \kappa$ werden höhere Temperpaturen erreicht als im reversibel adiabaten Fall, dementsprechend muss hier Wärme zugeführt werden.



Musterlösung Aufgabe 2: ≪MS Thermoking Betankung≫

I. TEILAUFGABE A)

$T_s(p_u = 1 bar) = -161,64°C$

II. TEILAUFGABE B)

Zum Lösen dieser Aufgabe werden zuerst die Massen des Methans in beiden Behältern berechnet.

Masse im Gasspeicher (GS) vor Befüllung:

$\omega_{GS,1} = \frac{\rho_{GS,1} - \rho'}{\rho'' - \rho'} \Rightarrow \rho_{GS,1} = \omega_{GS,1} \cdot (\rho'' - \rho') + \rho'$

$\rho_{GS,1} = 0,05 \cdot (1,7946 - 422,59)\ \frac{kg}{m^3} + 422,59\ \frac{kg}{m^3} = 401,55\ \frac{kg}{m^3}$

$m_{GS,1} = \rho_{GS,1} \cdot V_{GS} = 401,55\ \frac{kg}{m^3} \cdot 3 \cdot 10^5\ m^3 = 120465069\ kg$

Masse im Schiff vor Befüllung:

$x = \frac{\frac{1}{\rho_{S,1}} - \frac{1}{\rho'}}{\frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'}} \Rightarrow \rho_{S,1} = (x \cdot (\frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'}) + \frac{1}{\rho'})^{-1} = (0,5 \cdot (\frac{1}{1,7946\ \frac{kg}{m3}} - \frac{1}{422,59\ \frac{kg}{m3}}) + \frac{1}{422,59\ \frac{kg}{m3}})^{-1} = 3,574\ \frac{kg}{m^3}$

$m_{S,1} = \rho_{S,1} \cdot V_S = 3,574\ \frac{kg}{m^3} \cdot 2,5 \cdot 10^5\ m^3 = 893505,58\ kg$

Nach Öffnen des Ventils ergibt sich ein neues System mit m_{ges} und V_{ges}:

$m_{ges} = m_{GS,1} + m_{S,1} = 121358574,6\ kg$

$V_{ges} = V_{GS} + V_S = 5,5 \cdot 10^5\ m^3$

und somit eine neue Dichte: $\rho_2 = \frac{m_{ges}}{V_{ges}} = 220,652\ \frac{kg}{m^3}$,

mit welcher sich das Volumen der Flüssigkeit im System berechnet:

$\omega_2 = \frac{\rho_2 - \rho'}{\rho'' - \rho'} = \frac{220,652 - 422,59}{1,7946 - 422,59} = 0,4799$

$V_2' = V_{ges} \cdot (1 - \omega) = 286057,12\ m^3$

Die Flüssigkeit wird zuerst in den unteren Teil (UG) des Schifftanks einlaufen, sich ab Bodenhöhe (OG) auf beide Behälter verteilen und dort eine Phasengrenze auf gleicher Höhe bilden (Prinzip kommunizierender Gefäße):

Grundfläche Schiffstank: $A_S = \frac{V_S}{h} = \frac{2,5 \cdot 10^5\ m^3}{25\ m} = 10000\ m^2$

$V'_{S,UG} = A_S \cdot h_{UG} = 155300\ m^3$

$V'_{S,OG} = V_2' - V'_{S,UG} = 130757,12\ m^3$

$h'_{OG} = \frac{V'_{S,OG}}{A_{ges}} = 7,472\ m$

mit: $A_{GS} = \frac{3\cdot 10^5\ m^3}{40\ m} = 7500\ m^2$ und $A_{ges} = A_{GS} + A_S = 17500\ m^2$

$h'_{S,2} = h_{UG} + h'_{OG} = (15,53 + 7,47)\ m = 23,00\ m$

Wenn die Phasengrenzen in beiden Behältern auf gleicher Höhe sind, strömt kein Methan mehr über und das Ventil wird geschlossen.

Volumenanteil der Flüssigkeit im Schiff: $(1 - \omega_{S,3}) = \frac{23\ m}{25\ m} = 0,92 \Rightarrow \omega_{S,3} = 0,08$

$\rho_{S,3} = \omega_{S,3} \cdot (\rho'' - \rho') + \rho' = 0,08 \cdot (1,7946 - 422.59) + 422,59 = 388,93\ \frac{kg}{m^3}$

$m_{S,3} = \rho_{S,3} \cdot V_S = 97231592\ kg$

eingefüllt: $\Delta m = m_{S,3} - m_{S,1} = 96338086,42\ kg$

III. TEILAUFGABE C)

$q_{verd} = \Delta h_v = h'' - h' = (510,56 - (-0,5573))\ \frac{kJ}{kg} = 511,12\ \frac{kJ}{kg}$

IV. TEILAUFGABE D)

$\Delta m_{3,4} = (50 \cdot 24 \cdot 6000)\ kg = 7200000\ kg \Rightarrow m_{S,4} = m_{S,3} - \Delta m_{3,4} = 90031592\ kg$

$\rho_{S,4} = \frac{m_{S,4}}{V_S} = 360,13\ \frac{kg}{m^3} \Rightarrow \omega_{S,4} = \frac{\rho_{S,4} - \rho'}{\rho'' - \rho'} = 0,14844$

$h'_4 = h \cdot (1 - \omega) = 25\ m \cdot (1 - 0,14844) = 21,29\ m \Rightarrow \Delta h = (23 - 21,29)\ m = 1,711\ m$

V. TEILAUFGABE E)

isochore ZÄ $\Rightarrow \rho_{S,4} = \rho_{S,5}$

bei 4 bar: $\rho'' < \rho_{S,5} < \rho' \Rightarrow$ ZP5 noch im NDG $\Rightarrow$ es liegen Flüssigkeit und Dampf vor.

$x_{S,4} = \frac{\frac{1}{\rho_{S,4}} - \frac{1}{\rho'}}{\frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'}} = \frac{\frac{1}{360,13} - \frac{1}{422,59}}{\frac{1}{1,7946} - \frac{1}{422,59}} = 0,00074$

$x_{S,5} = \frac{\frac{1}{\rho_{S,5}} - \frac{1}{\rho'}}{\frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'}} = \frac{\frac{1}{360,13} - \frac{1}{360,13}}{\frac{1}{6,4792} - \frac{1}{391,66}} = 0,00147$

$h_{S,4} = (0,00074 \cdot (510,56 - (-0,5573)) + (-0,5573))\ \frac{kJ}{kg} = -0,17924\ \frac{kJ}{kg}$

$h_{S,5} = (0,00147 \cdot (539,4 - 70,931) + 70,931)\ \frac{kJ}{kg} = 71,621\ \frac{kJ}{kg}$

$Q_{4,5} = m_4 \cdot (u_5 - u_4) = m_4[h_5 - p_5 \cdot v - (h_4 - p_4 \cdot v)] = m_4[h_5 - h_4 - v \cdot (p_5 - p_4)]$

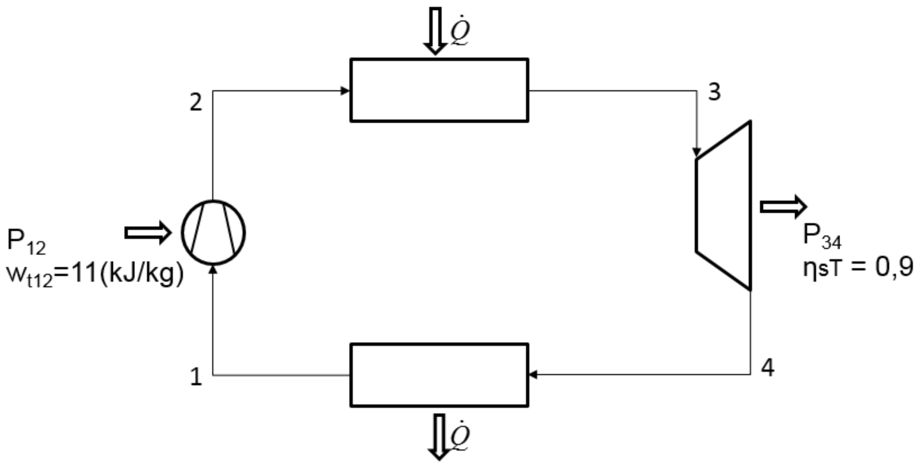
$= m_4(h_5 - h_4) - V_S \cdot (p_5 - p_4)$

$= 90031592\ kg \cdot (71,621 - (-0,17924)) \cdot 10^3\ \frac{J}{kg} - 2,5 \cdot 10^5\ m^3 \cdot (4 - 1) \cdot 10^5\ Pa$

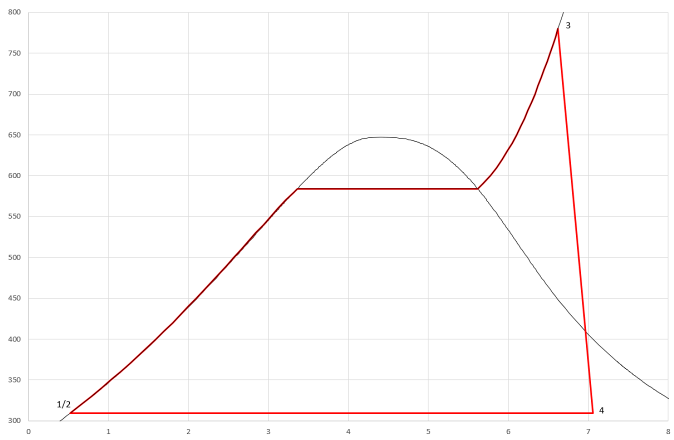
$= 6464289,913\ MJ - 75000\ MJ = 6389289,91\ MJ$

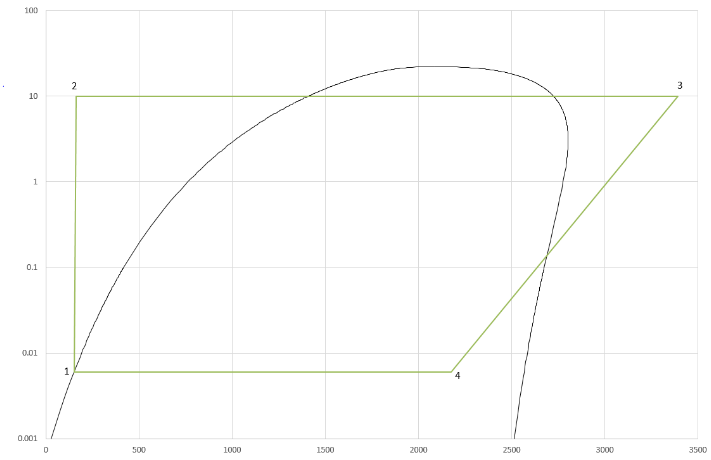
Musterlösung Aufgabe 3: «Schiffsantrieb»

I. TEILAUFGABE A) $\Rightarrow$ 2 PUNKTE



II. TEILAUFGABE B) $\Rightarrow$ 6 PUNKTE





III. TEILAUFGABE C) $\Rightarrow$ 5 PUNKTE

$$T_2\,' = T_S(100\text{ bar}) = 584,15\text{ K} \qquad \Rightarrow \qquad T_{Abgas,aus}\,' = T_2\,' + \Delta T_{min} = 584,15\text{ K} + 10\text{ K} = 594,15\text{ K}$$

$$h_2\,' = h_S(100\text{ bar}) = 1408,1\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_3 = h(100\text{ bar}\ ;\ 780\text{ K}) = 3392,8\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\dot{Q}_{Abgas}\,' = \dot{m}_{Abgas} \cdot c_{p,Abgas} \cdot (T_{Abgas,aus}\,' - T_{Abgas,ein})$$

$$\Rightarrow \quad \dot{Q}_{Abgas}\ ' = 190\ \tfrac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 1,31\ \tfrac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \cdot (594,15\ \text{K} - 797\ \text{K}) = -50489,365\ \text{kW}$$

$$\dot{Q}_{Abgas}\ ' = -\dot{Q}_{23}\ '$$

$$\dot{m}_W = \frac{-\dot{Q}_{Abgas}\ '}{h_3 - h_2\ '} = \frac{50489,365\ \text{kW}}{3392,8\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 1408,1\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 25,44\ \tfrac{\text{kg}}{\text{s}}$$

IV. TEILAUFGABE D) $\Rightarrow$ 3 PUNKTE

$$\dot{Q}_{Abgas} = \dot{m}_{Abgas} \cdot c_{p,Abgas} \cdot (T_{Abgas,aus} - T_{Abgas,ein})$$

$$T_{Abgas,aus} = \frac{-\dot{Q}_{Abgas}}{\dot{m}_{Abgas} \cdot c_{p,Abgas}} + T_{Abgas,ein}$$

$$\dot{Q}_{Abgas} = -\dot{Q}_{23}$$

$$h_2 = h(100\ \text{bar}\ ;\ 310\ \text{K}) = 163,28\ \tfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\dot{Q}_{23} = m_W \cdot (h_3 - h_2) = 25,44\ \tfrac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot (3392,8\ \tfrac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 163,28\ \tfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}) = 82156,705\ \text{kW}$$

$$T_{Abgas,aus} = \frac{-82156,705\ \text{kW}}{190\ \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 1,31\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}} + 797\ \text{K} = 466,92\ \text{K}$$

V. TEILAUFGABE E) $\Rightarrow$ 4 PUNKTE

$$P_{Nutz} = \dot{m}_W \cdot (w_{t,12} + w_{t,34})$$

$$s_3 = s_{4s} = 6,6222\ \tfrac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$x_{4s} = \frac{s_3 - s'}{s'' - s'} = \frac{6,6222 - 0,52082}{8,3290 - 0,52082} = 0,7814$$

$$h_{4s} = x_{4s} \cdot (h'' - h') + h' = 0,7814 \cdot (2566,6\ \tfrac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 151,48\ \tfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}) + 151,48\ \tfrac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 2038,67\ \tfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\eta_{s,T} = \frac{h_4 - h_3}{h_{4s} - h_3} = 0,9 \qquad \Rightarrow \qquad w_{t,34} = \eta_{s,T} \cdot (h_{4s} - h_3) = 0,9 \cdot (2038,67\ \tfrac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 3392,8\ \tfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}) = -1218,71\ \tfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$P_{Nutz} = 25,44 \tfrac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot (11 \tfrac{\text{kJ}}{\text{kg}} + (-1218,71 \tfrac{\text{kJ}}{\text{kg}})) = -30724,18\ \text{kW}$$

VI. TEILAUFGABE F) $\Rightarrow$ 4 PUNKTE

$$\eta_{th} = \frac{|P_{Nutz}|}{\dot{Q}_{23}} = \frac{|-30724,18\ \text{kW}|}{82156,705\ \text{kW}} = 0,37397$$

$$\eta_{ex} = \frac{|P_{Nutz}|}{\dot{E}_{23}}$$

$$\dot{E}_{23} = \left(1 - \frac{T_a}{T_m}\right) \cdot \dot{Q}_{23} \quad \text{oder} \quad \dot{E}_{23} = ((h_3 - h_2) - T_a \cdot (s_3 - s_2))$$

$$T_m = \frac{h_3 - h_2}{s_3 - s_2} \qquad \text{mit:} \quad s_2 = 0,52650 \ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\ K}}$$

$$T_m = \frac{3392,8 \ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} - 163,28 \ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}}{6,6222 \ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\ K}} - 0,52650 \ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\ K}}} = 529,80 \ \mathrm{K}$$

$$\dot{E}_{23} = \left(1 - \frac{(273,15 + 25) \ \mathrm{K}}{529,80 \ \mathrm{K}}\right) \cdot 82156,705 \ \mathrm{kW} = 35922,236 \ \mathrm{kW}$$

$$\eta_{ex} = \frac{|-30724,18 \ \mathrm{kW}|}{35922,236 \ \mathrm{kW}} = 0,8553$$

VII. TEILAUFGABE G) $\Rightarrow$ 2 PUNKTE