Musterlösung Aufgabe 1: «Zugspitze, Ideales Gas»

Teilaufgabe a) $\Rightarrow$ Punkte

$$p_1 = p_s(t_{s,w}) \Rightarrow Interpolieren:$$
$$p_1 = \frac{(90,7 - 90)^oC}{(91 - 90)^oC} \cdot (728,9 - 701,82)\ hPa + 701,82\ hPa = 720,776\ hPa$$

Teilaufgabe b) $\Rightarrow$ Punkte

$$R_L = \frac{R_m}{M_L} = \frac{8,31446\ \frac{J}{mol\ K}}{28,96 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{mol}} = 287,1015\ \frac{J}{kg\ K}$$
$$m_L = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_L \cdot T_1} = \frac{720,776 \cdot 10^2\ Pa \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}\ m^3}{287,1015\ \frac{J}{kg\ K} \cdot (9,2 + 273,15)\ K} = 1333,7312\ mg$$
$$\rho_1 = \frac{m_L}{V_1} = \frac{1333,7312 \cdot 10^{-6}\ kg}{1,5 \cdot 10^{-3}\ m^3} = 0,8892\ \frac{kg}{m^3}$$

Teilaufgabe c) $\Rightarrow$ Punkte

Die in der Flasche eingeschloßene Luftmasse m_L ist konstant.

$$V_2 = \frac{m_L \cdot R_L \cdot T_2}{p_2} = \frac{1333,7312 \cdot 10^{-6}\ kg \cdot 287,1015\ \frac{J}{kg\ K} \cdot (28,7 + 273,15)\ K}{936,7 \cdot 10^2\ Pa} = 1,2339\ dm^3$$

Beim Aufstieg war die Flasche mit flüssigem Wasser gefüllt, was als nahezu inkompressibel ist. Die Druckänderung wirkt sich folglich kaum auf das Volumen der Flasche aus.

Teilaufgabe d) $\Rightarrow$ Punkte

$$V_3 = 0,8 \cdot V_2 = 1,2339\ dm^3 = 0,9872\ dm^3$$
$$c_{v,L} = c_{p,L} - R_L = 1,0059 \cdot 10^3 \frac{J}{kg\ K} - 287,1015\ \frac{J}{kg\ K} = 718,7985\ \frac{J}{kg\ K}$$
$$\kappa = \frac{c_{p,L}}{c_{v,L}} = \frac{1,0059 \cdot 10^3 \frac{J}{kg\ K}}{718,7985\ \frac{J}{kg\ K}} = 1,3994$$
$$Reversibel\ adiabate\ Zustandsänderung:\ Q_{2,3} = 0\ J$$
$$p_3 = p_2 \cdot \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^\kappa = 936,7 \cdot 10^2 Pa \cdot \left(\frac{1,2339 \cdot 10^{-3}\ m^3}{0,9872 \cdot 10^{-3}\ m^3}\right)^{1,3994} = 1280,0243\ hPa$$
$$T_3 = \frac{p_3 \cdot V_3}{m_L \cdot R_L} = \frac{1280,0243 \cdot 10^2\ Pa \cdot 0,9872 \cdot 10^{-3}\ m^3}{1333,7312 \cdot 10^{-6}\ kg \cdot 287,1015\ \frac{J}{kg\ K}} = 329,9885\ K \mathrel{\widehat{=}} 56,8385^oC$$
$$W_{2,3}^V = -m_L \cdot R_L \cdot T_2 \cdot \frac{1}{1 - \kappa} \cdot \left(\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{1 - \kappa} - 1\right)$$
$$= -1333,7311\ mg \cdot 287,1015\ \frac{J}{kg\ K} \cdot (28,7 + 273,15)\ K \cdot \frac{1}{1 - 1,3994} \cdot \left(\left(\frac{0,9872\ dm^3}{1,2339\ dm^3}\right)^{1-1,3994} - 1\right) = 26,976\ J$$

Teilaufgabe e) $\Rightarrow$ Punkte

$$V_4 = \frac{m_W}{\rho_W} = \frac{1,103\ kg}{997,95\ \frac{kg}{m^3}} = 1,1053\ dm^3$$

$$p_4 = \frac{m_L \cdot R_L \cdot T_4}{V_4} = \frac{1333,7312 \cdot 10^{-6}\ kg \cdot 287,1015\ \frac{J}{kg\ K} \cdot (13,9 + 273,15)}{1,1053 \cdot 10^{-3}\ m^3} = 994,4767\ hPa$$

$$Internationale\ H\ddot{o}henformel : \Leftrightarrow\ z(p) = \frac{288,15\ K}{0,0065\ \frac{K}{m}} \cdot \left(1 - \left(\frac{p(z)}{1013,25\ hPa}\right)^{\frac{1}{5,255}}\right)$$

$$\Rightarrow\ z_4 = z(p_4) = \frac{288,15\ K}{0,0065\ \frac{K}{m}} \cdot \left(1 - \left(\frac{994,4767\ hPa}{1013,25\ hPa}\right)^{\frac{1}{5,255}}\right) = 157,485\ m$$

Teilaufgabe f) $\Rightarrow$ Punkte

$Innerhalb\ der\ Flasche\ (starr,\ adiabat):$

$t_i = t_1 = 9,2^oC;\ m_i = m_L = 1333,7312\ mg;\ p_i = p_1 = 720,776\ hPa;$

$Ausserhalb\ der\ Flasche:\ t_a = t_4 = 13,9^oC;\ p_a = p_4 = 994,4767\ hPa$

$Nach\ der\ Vermischung:\ p_5 = p_a = 994,4767\ hPa$

$Massenbilanz:\ m_i + \Delta m = m_5 \Leftrightarrow \Delta m = m_5 - m_i$

$Energiebilanz:\ H_i + H_a = H_5$

$$\Rightarrow\ m_i \cdot h_i + \Delta m \cdot h_a = m_5 \cdot h_5 \Rightarrow m_i \cdot c_{p,L} \cdot T_i + \Delta m \cdot c_{p,L} \cdot T_a = m_5 \cdot c_{p,L} \cdot T_5$$

$$Einsetzen\ der\ Massenbilanz : \Rightarrow\ m_i \cdot T_i + (m_5 - m_i) \cdot T_a = m_5 \cdot T_5$$

$$\Leftrightarrow\ m_i \cdot T_i + m_5 \cdot T_a - m_i \cdot T_a = m_5 \cdot T_5 \Leftrightarrow m_i \cdot (T_i - T_a) = m_5 \cdot (T_5 - T_a)$$

$$Ideales\ Gas : \Rightarrow\ m_5 = \frac{p_5 \cdot V_{TK}}{R_L \cdot T_5}$$

$$\Rightarrow\ m_i \cdot (T_i - T_a) = \frac{p_5 \cdot V_{TK}}{R_L \cdot T_5} \cdot (T_5 - T_a) \Leftrightarrow T_5 = \frac{T_a}{1 + \frac{m_i \cdot R_L \cdot (T_a - T_i)}{p_5 \cdot V_{TK}}}$$

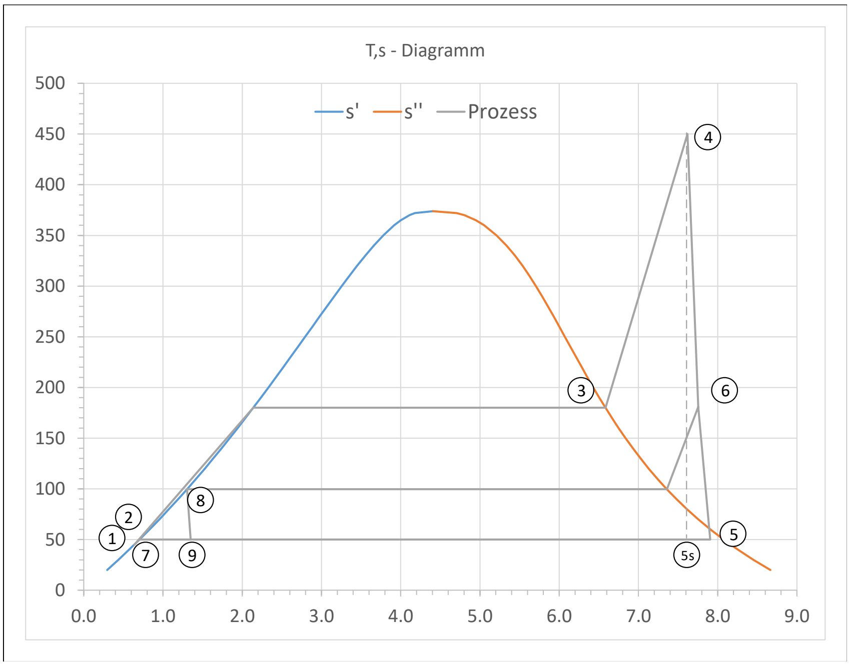
$$\Rightarrow\ T_5 = \frac{(13,9 + 273,15)\ K}{1 + \frac{1333,7312 \cdot 10^{-6}\ kg \cdot 287,1015\ \frac{J}{kg\ K} \cdot (13,9 - 9,2)\ K}{994,4767 \cdot 10^2\ Pa \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}\ m^3}} = 283,628\ K \mathrel{\widehat{=}} 10,478^oC$$

$$\Rightarrow\ m_5 = \frac{994,4767 \cdot 10^2\ Pa \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}\ m^3}{287,1015\ \frac{J}{kg\ K} \cdot 283,628\ K} = 1831,897\ mg$$

$$\Rightarrow\ \Delta m = 1831,897\ mg - 1333,7312\ mg = 498,166\ mg$$

Musterlösung Aufgabe 2: «KWK mit Anzapfdampf»

Teilaufgabe a) $\Rightarrow$ 4 Punkte



Teilaufgabe b) $\Rightarrow$ 2 Punkte

$w_{12,s}^t = \int v dp \quad \text{mit} \quad v = const. = \frac{1}{\rho} \quad \Rightarrow \quad w_{12,s}^t = \frac{1}{\rho_w} \cdot (p_2 - p_1) = 1 \ \frac{kJ}{kg}$

$p_2 = p_s(t_{Verd.} = 180\,°C) = 10,028\,bar \quad ; \qquad h_1 = h(45\,°C;\ 0,1235\,bar) = 188,44\ \frac{kJ}{kg}$

$\eta_{s,V} = \frac{w_{12,s}^t}{w_{12}^t} \ \Rightarrow \ w_{12}^t = (h_2 - h_1) = \frac{w_{12,s}^t}{\eta_{s,V}} \quad \Rightarrow \quad h_2 = h_1 + w_{12}^t \quad \text{mit}$

$\Rightarrow \quad h_2 = 189,87\ \frac{kJ}{kg}$

Teilaufgabe c) $\Rightarrow$ 6 Punkte

$\dot{m}_{ges} = \dot{m}_6 + \dot{m}_5, \quad \dot{Q} = \dot{m} \cdot \Delta h$

$\dot{Q}_{23} = \dot{m}_{ges} \cdot \Delta h_{23} \quad \text{mit} \quad h_3 = h''(t_{Verd} = 180\,°C; p_2) = 2777,2\ \frac{kJ}{kg}$

$\Rightarrow \quad \dot{m}_{ges} = \frac{\dot{Q}_{23}}{h_3 - h_2} = 0,7757\ \frac{kg}{s}$

$\dot{m}_5 = \frac{-\dot{Q}_{57}}{h_5 - h_7} \quad \text{mit} \quad -\dot{Q}_{57} = \dot{Q}_{Heiz} = 700\ kW \quad \text{und} \quad h_7 = h'(0,1235\,bar)$

$s_{5s} = s_4 = s(450\,°C; 10,028\ bar) = 7,6187 \frac{kJ}{kgK} \quad \rightarrow \quad h_{5s}$ im NDG bestimmen $(50\,°C, 0,1235\,bar)$

$h_{5s} = h' + (h'' - h') \cdot \frac{s_{5s} - s'}{s'' - s'} = 2443,91\ \frac{kJ}{kg}$

$\eta_{s,T} = \frac{h_5 - h_4}{h_{5s} - h_4} \quad \Rightarrow \quad h_5 = h_4 + (h_{5s} - h_4) \cdot \eta_{s,T} = 2536,65\ \frac{kJ}{kg}$

$\Rightarrow \ \dot{m}_5 = \frac{\dot{Q}_{Heiz}}{h_5 - h_7} = 0,3008\ \frac{kg}{s}$

$\Rightarrow \ \dot{m}_6 = \dot{m}_{ges} - \dot{m}_5 = 0,4749\ \frac{kg}{s}$

Teilaufgabe d) $\Rightarrow$ 5 Punkte

$-\dot{Q}_{68} = \dot{Q}_{Destille} \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_6 \cdot (h_6 - h_8) = \dot{m}_{Eth} \cdot \Delta h_{V,Eth}$

$h_8 = h'(100\,°C; 1,0142\,bar) = 419,17\ \frac{kJ}{kg}$

h_{6s} interpolieren mit $s_4 = s_{6s}$ im homogenen Gebiet bei $1,0142\ bar$

$h_{6s} = h(150\,°) + (h(155\,°C) - h(150\,°C))\frac{s_{6s} - s(150\,°C)}{s(155\,°C) - s(150\,°C)} = 2781,00\ \frac{kJ}{kg}$

$\eta_{s,T} = \frac{h_6 - h_4}{h_{6s} - h_4} \quad \Rightarrow \quad h_6 = h_4 + (h_{6s} - h_4) \cdot \eta_{s,T} = 2840,03\ \frac{kJ}{kg}$

$\Rightarrow \quad \dot{m}_{Eth} = \frac{\dot{m}_6 \cdot (h_6 - h_8)}{h_{V,Eth}} = \frac{1149{,}67\ kW}{828\ kJ/kg} = 1,3886\ \frac{kg}{s} = 4998,5\ \frac{kg}{h} \approx 5\ \frac{t}{h}$

Teilaufgabe e) $\Rightarrow$ 5 Punkte

Mischungsenthalpie h_{10} bestimmen mit Energiebilanz um Mischknoten:

$\dot{H}_{10} = \dot{H}_9 + \dot{H}_7 \quad \rightarrow \quad \dot{m}_{10} \cdot h_{10} = \dot{m}_9 \cdot h_9 + \dot{m}_7 \cdot h_7$

$h_{10} = \frac{\dot{m}_9 \cdot h_9 + \dot{m}_7 \cdot h_7}{\dot{m}_{ges}} = 338,05\ \frac{kJ}{kg}$ mit $h_9 = h_8$ und $\dot{m}_9 = \dot{m}_6$; $\dot{m}_7 = \dot{m}_5$

s_{10} im NDG bestimmen $(50\,°C, 0,1235\,bar)$ mit h_{10}

$s_{10} = s' + (s'' - s') \cdot \frac{h_{10} - h'}{h'' - h'} = 1,1\ \frac{kJ}{kgK}$

$\dot{E}^V_{10,1} = \dot{m}_{ges}(\Delta h_{10,1} - T_a \cdot \Delta s_{10,1})$ mit $s_1 = s(45\,°C;\ 0,1235\ bar) = 0,6386\ \frac{kJ}{kgK}$

Oder: $\dot{E}^V_{10,1} = \dot{Q}_{10,1}\left(1 - \frac{T_u}{T_{m,10,1}}\right)$ $\quad \dot{Q}_{10,1} = -115,866\ kW \quad T_{m,10,1} = \frac{h_1 - h_{10}}{s_1 - s_{10}} = 322,787\ K$

$\Rightarrow \quad \dot{E}_{V10,1} = -10,638\ kW$

Alternativlösung:

Wärmestrom $\dot{Q}_{9,7}$ für Nachkühlung bzw Kondensation des Teilmassenstroms $\dot{m}_6$ bestimmen mit:

$h_9 = h_8 = h'(100\,°C, 1,0142\,bar)$ und $h_7 = h'(50\,°C, 0,1235\,bar)$

Teil-Exergieverluste der Nachkühlung bzw Kondensation Teilmassenstrom $\dot{m}_6$ mit Carnot-Faktor:

$\dot{E}^V_{9,7} = \dot{Q}_{9,7} \cdot (1 - \frac{T_U}{T_9})$

Teil- Exergieverluste der Unterkühlung 5 Kevin vom Gesamtstrom bestimmen mit:

$\dot{E}^V_{7,1} = \dot{m}_{ges} \cdot (\Delta h_{71} - T_u \Delta s_{71})$ (Werte aus Tabelle) $\quad \Rightarrow \quad \dot{E}^V = \dot{E}^V_{9,7} + \dot{E}^V_{7,1}$

Teilaufgabe f) $\Rightarrow$ 5 Punkte

$P_{Turb} = \dot{m}_6 \cdot \Delta h_{46} + \dot{m}_5 \cdot \Delta h_{45} = -503,356\ kW$

$P_{Nutz} = |P_{Pump} + P_{Turb}| = |\dot{m}_{ges}\Delta h_{12} + \dot{m}_6 \cdot \Delta h_{46} + \dot{m}_5 \cdot \Delta h_{45}| = 502,2475\ kW$

$\dot{Q}_{zu} = \dot{Q}_{23} + \dot{Q}_{34} = 2467,845\ kW$

$\eta = \frac{P_{nutz} + \dot{Q}_{Heiz} + \dot{Q}_{Desti}}{\dot{Q}_{zu}} = \frac{P_{Nutz} + |\dot{Q}_{57}| + |\dot{Q}_{68}|}{\dot{Q}_{zu}} = 95,3\,\%$

Musterlösung Aufgabe 3: «Feuerzeug»

Teilaufgabe a) $\Rightarrow$ Punkte

$$x_1 = \frac{\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho'}}{\frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'}} \Rightarrow \rho_1 = \left(x_1 \cdot \left(\frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'}\right) + \frac{1}{\rho'}\right)^{-1}$$

$$= \left(5,268 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{1}{5,313\ \frac{kg}{m^3}} - \frac{1}{578,591\ \frac{kg}{m^3}}\right) + \frac{1}{578,591\ \frac{kg}{m^3}}\right)^{-1} = 547,471\ \frac{kg}{m^3}$$

$$V_T = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{0,0049\ kg}{547,471\ \frac{kg}{m^3}} = 8,95 \cdot 10^{-6}\ m^3$$

Teilaufgabe b) $\Rightarrow$ Punkte

Interpolieren: $T_{einphasig} = \frac{547,471 - 554,917}{542,339 - 554,917} \cdot (50-40)°C + 40°C = 45,920°C$

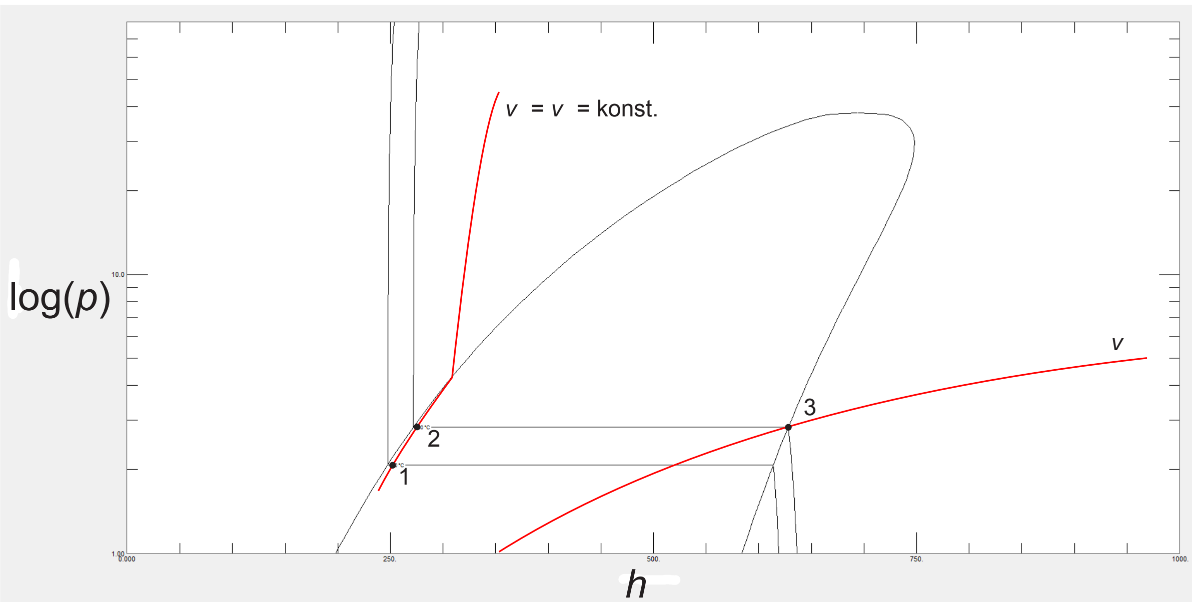
Das Feuerzeug wäre vollständig mit Flüssigkeit gefüllt, da $\rho_1 = \rho_{einphasig} > \rho_c$ und daher bei der isochoren Erwärmung die Siedelinie geschnitten wird.

Teilaufgabe c) $\Rightarrow$ Punkte

$p_{Berst} = 1,5\ \frac{N}{mm^2} = 1,5 \cdot 1000^2\ \frac{N}{m^2} = 1500000\ Pa = 15\ bar$

Den Stoffdaten ist zu entnehmen, dass bei einer isochoren Zustandsänderung, ausgehend vom Zustandspunkt 1, bereits bei einer Temperatur zwischen 46°C und 50°C ein Druck von 20 bar erreicht würde. Das Feuerzeug hält dem Druck bei 70°C also nicht stand.

Teilaufgabe d) $\Rightarrow$ Punkte



Teilaufgabe e) $\Rightarrow$ Punkte

$m_3 = \rho_3 \cdot V_T = 7,137\ \frac{kg}{m^3} \cdot 8,95 \cdot 10^{-6}\ m^3 = 63,876 \cdot 10^{-6}\ kg$

$m_2 = m_1$

$\Delta m = m_2 - m_3 = 48,361 \cdot 10^{-4}\ kg = 4,836\ g$

$Q_{Verbrennung} = \Delta m \cdot h_U = 4,836\ g \cdot 12,722\ \frac{Wh}{g} = 61,524\ Wh \cdot 3600\ \frac{s}{h} = 221484,931\ Ws$

$$t_{Gesamtbrenndauer} = \frac{Q_{Verbrennung}}{\dot{Q}_{Flamme}} = \frac{221484,931\ J}{40\frac{J}{s}} = 5537,123\ s$$

$$n_{Zündungen} = \frac{t_{Gesamtbrenndauer}}{t_{Zündung}} = \frac{5537,123\ s}{3\ s} = 1845,708 \text{ Zündungen}$$

$$\dot{m}_{Zündung} = \frac{\dot{Q}_{Flamme}}{h_U} = \frac{40\frac{J}{s}}{12,722\ \frac{Wh}{g}} = 8,7338 \cdot 10^{-7}\ \frac{kg}{s}$$

Teilaufgabe f) $\Rightarrow$ Punkte

1. HS.: $w_t + q = \Delta h + \Delta e_{pot} + \Delta e_{kin}$ mit: $w_t = 0;\ q = 0;\ \Delta e_{pot} = 0 \quad \Rightarrow \Delta h = -\Delta e_{kin}$

$\Leftrightarrow h_{aus} - h_{ein} = -0,5 \cdot (c_{aus}^2 - c_{ein}^2)$ mit: $c_{ein} = 0\ \frac{m}{s}$

$\Rightarrow c_{aus} = \sqrt{2 \cdot (h_{ein} - h_{aus})} = \sqrt{2 \cdot (628,063 - 628,051) \cdot 1000\ \frac{J}{kg}} = 4,899\ \frac{m}{s}$

Teilaufgabe g) $\Rightarrow$ Punkte

$$\dot{V}_{Düsenaustritt} = \frac{\dot{m}}{\rho_{aus}} = \frac{8,7338 \cdot 10^{-7}\ \frac{kg}{s}}{2,458\ \frac{kg}{m^3}} = 35,5 \cdot 10^{-8}\ \frac{m^3}{s}$$

$$A_{Düsenaustritt} = \frac{\dot{V}_{Düsenaustritt}}{c_{aus}} = 7,2 \cdot 10^{-8}\ m^2$$

$$A_{Düsenaustritt} = \frac{\pi}{4} \cdot d_{Düsenaustritt}^2$$

$$\Rightarrow d_{Düsenaustritt} = \sqrt{\frac{A_{Düsenaustritt} \cdot 4}{\pi}} = \sqrt{\frac{7,2 \cdot 10^{-8}\ m^2 \cdot 4}{\pi}} = 3,039 \cdot 10^{-4}\ m = 0,304\ mm$$